CHỦ ĐỀ 2.	TỔ HỢP – XÁC SUẤT

❍ Bài 01

QUY TẮC ĐẾM

1. Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiện, hành động kia có n cách thực hiện không trùng với bất kỳ cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có $m+n$ cách thực hiện.

2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì có $m\times n$ cách hoàn thành công việc.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. QUY TẮC CỘNG

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải. • Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

• Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo. **Chọn A.**

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải. • Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.

• Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.

• Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4+6+3=13$ cách chọn. **Chọn A.**

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải. • Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.

• Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

• Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn. **Chọn B.**

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Lời giải. • Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

• Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn. **Chọn D.**

Câu 5. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31. **B.** 9. **C.** 53. **D.** 682.

Lời giải. • Nếu chọn một học sinh lớp $11A$ có 31 cách.

• Nếu chọn một học sinh lớp $12B$ có 22 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $31+22=53$ cách chọn. **Chọn C.**

Câu 6. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số $7,\ 8,\ 9.$ Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. $27.$ **B.** $9.$ **C.** $6.$ **D.** $3.$

Lời giải. Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

- Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.
- Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6+3=9$ cách chọn. **Chọn B.**

Câu 7. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

A. $20.$ **B.** $300.$ **C.** $18.$ **D.** $15.$

Lời giải. • Nếu đi bằng ô tô có 10 cách.

- Nếu đi bằng tàu hỏa có 5 cách.
- Nếu đi bằng tàu thủy có 3 cách.
- Nếu đi bằng máy bay có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $10+5+3+2=20$ cách chọn. **Chọn A.**

Câu 8. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. $20.$ **B.** $3360.$ **C.** $31.$ **D.** $30.$

Lời giải. • Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.

- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn. **Chọn C.**

Vấn đề 2. QUY TẮC CỘNG

Câu 9. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải. Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

- Có 3 cách chọn mặt.
- Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3\times 4=12$ cách. **Chọn C.**

Câu 10. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiều cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải. Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có:

- Có 4 cách chọn quần.
- Có 6 cách chọn áo.
- Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times6\times3=72$ cách. **Chọn B.**

Câu 11. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Lời giải. Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12\times18=216$ cách. **Chọn D.**

Câu 12. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.

Lời giải. Để chọn "một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập", ta có:

- Có 8 cách chọn bút chì.
- Có 6 cách chọn bút bi.
- Có 10 cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8\times6\times10=480$ cách. **Chọn C.**

Câu 13. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải. Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu (nghĩa là chọn một bông hoa hồng trắng- một bông hoa hồng đỏ- hoa hồng vàng), ta có:

- Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.
- Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.
- Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5\times6\times7=210$ cách. **Chọn B.**

Câu 14. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải. Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5\times5\times3=75$ cách. **Chọn B.**

Câu 15. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Lời giải. Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280\times325=91000$ cách. **Chọn B.**

Câu 16. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải. Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5\times4\times3=60$ cách. **Chọn C.**

Câu 17. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải. Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9\times10=90$ cách. **Chọn D.**

Câu 18. An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

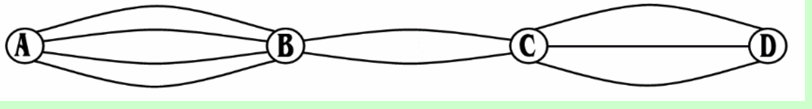
A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải. • Từ An $\longrightarrow$ Bình có 4 cách.

- Từ Bình $\longrightarrow$ Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times6=24$ cách. **Chọn D.**

Câu 19. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



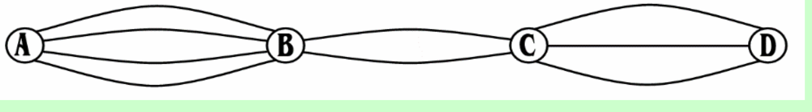
A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải. • Từ $A\longrightarrow B$ có 4 cách.

- Từ $B\longrightarrow C$ có 2 cách.
- Từ $C\longrightarrow D$ có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times2\times3=24$ cách. **Chọn D.**

Câu 20. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



A. 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

Lời giải. Từ kết quả câu trên, ta có:

- Từ A $\longrightarrow$ D có 24 cách.
- Tương tự, từ D $\longrightarrow$ A có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24\times24=576$ cách. **Chọn C.**

Câu 21. Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Lời giải. Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12\times11\times10\times9\times8\times7\times6=3991680$ cách. **Chọn A.**

Câu 22. Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 26.

Lời giải. Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in\{1;2;...;25\}$.

- Có 24 cách chọn phần đầu.
- Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24\times25=600$ cách. **Chọn C.**

Câu 23. Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Lời giải. Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

- Có 26 cách chọn a_1
- Có 9 cách chọn a_2
- Có 10 cách chọn a_3
- Có 10 cách chọn a_4
- Có 10 cách chọn a_5
- Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26\times9\times10\times10\times10\times10=2340000$ biển số xe. **Chọn A.**

Câu 24. Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.

Lời giải. Ta có $253125000=2^3.3^4.5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m\times3^n\times5^p$ trong đó $m,\ n,\ p\in\mathbb{N}$ sao cho $0\le m\le3;\ 0\le n\le4;\ 0\le p\le8$.

- Có 4 cách chọn m.
- Có 5 cách chọn n.
- Có 9 cách chọn p.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times5\times9=180$ ước số tự nhiên. **Chọn C.**

Câu 25. Từ các chữ số $1,\ 5,\ 6,\ 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau) ?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Lời giải. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{1,\ 5,\ 6,\ 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

- a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- d được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4\times4\times4\times4=256$ số cần tìm. **Chọn B.**

Câu 26. Từ các chữ số $1,\ 5,\ 6,\ 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau ?

A. 36. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 14.

Lời giải. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{1,5,6,7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số khác nhau nên:

- a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A\backslash\{a\}$ (có 3 phần tử) nên có 3 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A\backslash\{a,\ b\}$ (có 2 phần tử) nên có 2 cách chọn.
- d được chọn từ tập $A\backslash\{a,\ b,\ c\}$ (có 1 phần tử) nên có 1 cách chọn.

Như vậy, ta có $4\times3\times2\times1=24$ số cần tìm. **Chọn B.**

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn ?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a,\ b)\in A=\{0,2,4,6,8\}$ và $a\neq0$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập $A\backslash\{0\}$ (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 5 phần tử) nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4\times5=20$ số cần tìm. **Chọn C.**

Câu 28. Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải. Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a,b)\in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6\times6=36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36+6=42$ số tự nhiên bé hơn 100. **Chọn D.**

Câu 29. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau ?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d=\{1,3,5\}\Rightarrow d:$ có 3 cách chọn.

Khi đó $a:$ có 4 cách chọn (khác 0 và d), $b:$ có 4 cách chọn và $c:$ có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3\times 4\times 4\times 3=144$ số cần tìm. **Chọn C.**

Câu 30. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau ?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Lời giải. Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d=\{0,2,4\}$.

TH1. Nếu $d=0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A\backslash\{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A\backslash\{0,\ a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A\backslash\{0,\ a,\ b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5\times 4\times 3=60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d=\{2,4\}\Rightarrow d:$ có 2 cách chọn.

Khi đó $a:$ có 4 cách chọn (khác 0 và d), $b:$ có 4 cách chọn và $c:$ có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2\times 4\times 4\times 3=96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60+96=156$ số cần tìm. **Chọn A.**

❍ Bài 02

HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

I – Hoán vị

1. Định nghĩa

Cho tập A gồm n phần tử $(n \geq 1)$.

Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

2. Định lí

Số các hoán vị của n phần tử, kí hiệu là $\boxed{P_n = n! = n.(n-1).(n-2)...3.2.1}$.

II – Chỉnh hợp

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử $(n \geq 1)$.

Kết quả của việc lấy k $(1 \leq k \leq n)$ phần tử khác nhau từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

2. Định lí

Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử là $\boxed{A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}}$.

3. Một số qui ước

$$\boxed{0! = 1, \quad A_n^0 = 1, \quad A_n^n = n! = P_n}$$

III – Tổ hợp

1. Định nghĩa

Giả sử tập A có n phần tử $(n \geq 1)$. Mỗi tập con gồm k $(1 \leq k \leq n)$ phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho.

2. Định lí

Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử là $\boxed{C_n^k = \dfrac{n!}{k!.(n-k)!}}$.

3. Một số quy ước

$$\boxed{C_n^0 = 1, \quad C_n^n = 1}$$

với qui ước này ta có $C_n^k = \dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$ đúng với số nguyên dương k thỏa $0 \leq k \leq n$.

4. Tính chất

Tính chất 1. $C_n^k = C_n^{n-k} \quad (0 \leq k \leq n)$.

Tính chất 2. $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k \quad (1 \leq k \leq n)$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Vấn đề 1. HOÁN VỊ

Câu 1. Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 5 đội bóng? (giả sử rằng không có hai đội nào có điểm trùng nhau)

A. 120. **B.** 100. **C.** 80. **D.** 60.

Lời giải. Số các khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự giữa các đội trong một giải bóng có 5 đội bóng là một hoán vị của 5 phần tử nên có $5!=120$ cách. **Chọn A.**

Câu 2. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài?

A. 120 **B.** 5 **C.** 20 **D.** 25

Lời giải. Số cách sắp xếp khác nhau cho 5 người ngồi vào một bàn dài là một hoán vị của 5 phần tử nên có $5!=120$ cách. **Chọn A.**

Câu 3. Số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi là:

A. $6!4!$. **B.** $10!$. **C.** $6!-4!$. **D.** $6!+4!$.

Lời giải. Số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ là một hoán vị của 10 phần tử nên có $10!$ cách. **Chọn B.**

Câu 4. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Số cách sắp xếp sao cho bạn Chi luôn ngồi chính giữa là

A. 24. **B.** 120. **C.** 60. **D.** 16.

Lời giải. Xếp bạn Chi ngồi giữa có 1 cách. Số cách xếp 4 bạn sinh An, Bình, Dũng, Lệ vào 4 chỗ còn lại là một hoán vị của 4 phần tử nên có có $4!$ cách. Vậy có 24 cách xếp. **Chọn A.**

Câu 5. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế?

A. 120. **B.** 16 **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải. Xếp An và Dũng ngồi hai đầu ghế có $2!$ cách xếp. Số cách xếp 3 bạn Bình, Chi, Lệ vào 3 ghế còn lại là một hoán vị của 3 phần tử nên có có $3!$ cách. Vậy có $2!.3!=12$ cách. **Chọn C.**

Câu 6. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

A. 24. **B.** 48. **C.** 72. **D.** 12.

Lời giải. Số cách xếp 5 bạn vào 5 chỗ trên ghế dài là một hoán vị của 5 phần tử nên có $5!=120$ cách.

Số cách xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi cạnh nhau là $2.4!=48$ cách (An và Dũng ngồi cạnh nhau xem như 1 bạn; xếp 4 bạn vào 4 chỗ có $4!$ cách; cách xếp An và Dũng ngồi cạnh nhau là $2!=2$)

Vậy số cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau là $120-48=72$ cách. **Chọn C.**

Câu 7. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các viên bi trên thành một dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 725760. **C.** 103680. **D.** 518400.

Lời giải. Số các hoán vị về màu bi khi xếp thành dãy là $3!$

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành dãy là $3!$

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành dãy là $4!$

Số cách xếp 5 viên bi xanh khác nhau thành dãy là $5!$

$\Rightarrow$ Số cách xếp các viên bi trên thành một dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau là $3!.3!.4!.5! = 103680$ cách. **Chọn C.**

Câu 8. Cô dâu và chú rể mời 6 người ra chụp ảnh kỉ niệm, người thợ chụp hình có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho cô dâu, chú rể đứng cạnh nhau.

A. $8!-7!$. **B.** $2.7!$. **C.** $6.7!$. **D.** $2!+6!$.

Lời giải. Khi cô dâu, chú rể đứng cạnh nhau (có thể thay đổi vị trí cho nhau), ta coi đó là một phần tử và đứng với 6 vị khách mời để chụp ảnh nên có $2.7!$ cách sắp xếp. **Chọn B.**

Câu 9. Trên giá sách muốn xếp 20 cuốn sách khác nhau. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho tập 1 và tập 2 đặt cạnh nhau.

A. $20!-18!$. **B.** $20!-19!$. **C.** $20!-18!.2!$. **D.** $19!.18$.

Lời giải. Sắp xếp 20 cuốn sách trên giá là một hoán vị của 20 phần tử nên ta có $20!$ cách sắp xếp.

Khi hai cuốn tập 1 và tập 2 đặt cạnh nhau (thay đổi vị trí cho nhau), ta coi đó là một phần tử và cùng sắp xếp với 18 cuốn sách còn lại trên giá nên có $2.19!$ cách sắp xếp.

Vậy có tất cả $20!-2.19! = 19!.18$ cách sắp xếp theo yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 10. Có bao nhiêu cách sắp xếp 4 người vào 4 ghế ngồi được bố trí quanh một bàn tròn?

A. 12. **B.** 24. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải. Chọn 1 người ngồi vào 1 vị trí bất kì . Xếp 3 người còn lại vào 3 ghế trống của bàn là một hoán vị của 3 phần tử nên có có $3! = 6$ cách. **Chọn D.**

Câu 11. Có 4 nữ sinh tên là Huệ, Hồng, Lan, Hương và 4 nam sinh tên là An, Bình, Hùng, Dũng cùng ngồi quanh một bàn tròn có 8 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp biết nam và nữ ngồi xen kẽ nhau?

A. 576. **B.** 144. **C.** 2880. **D.** 1152.

Lời giải. Giả sử các ghế ngồi đánh số từ 1 đến 8.

Chọn 1 bạn bất kì ngồi vào 1 vị trí ngẫu nhiên trên bàn tròn có 1 cách. (Nếu chọn 8 cách thì tức là nhầm với bàn dài). Xếp 3 bạn cùng giới tính còn lại vào 3 ghế (có số ghế cùng tính chẵn hoặc lẻ với bạn đầu) có $3!$ cách.

Xếp 4 bạn còn lại ngồi xen kẽ 4 bạn đã xếp ở trên có $4!$ cách.

Vậy có $3!.4! = 144$ cách. **Chọn B.**

Câu 12. Từ các số tự nhiên 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau:

A. 4^4. **B.** 24. **C.** 1. **D.** 42.

Lời giải. Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo thành là một hoán vị của 4 phần tử bằng $4! = 24$. **Chọn B.**

Vấn đề 2. CHỈNH HỢP

Câu 13. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau cho 6 người ngồi vào 4 chỗ trên một bàn dài?

A. 15. **B.** 720. **C.** 30. **D.** 360.

Lời giải. Số cách xếp khác nhau cho 6 người ngồi vào 4 chỗ trên một bàn dài là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Suy ra có $A_6^4 = 360$ cách. **Chọn D.**

Câu 14. Giả sử có bảy bông hoa khác nhau và ba lọ hoa khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách cắm ba bông hoa vào ba lọ đã cho (mội lọ cắm một bông)?

A. 35. **B.** 30240. **C.** 210. **D.** 21.

Lời giải. Số cách xếp bảy bông hoa khác nhau vào ba lọ hoa khác nhau là một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. Suy ra có $A_7^3 = 210$ cách. **Chọn C.**

Câu 15. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ khác nhau (mội lọ cắm không quá một một bông)?

A. 60. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 720.

Lời giải. Số cách cắm 3 bông hoa vào ba lọ hoa khác nhau là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Suy ra có $A_5^3 = 60$ cách. **Chọn A.**

Câu 16. Có bao nhiêu cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn được chọn từ 6 bóng đèn khác nhau?

A. 15. **B.** 360. **C.** 24. **D.** 17280.

Lời giải. Số cách mắc nối tiếp 4 bóng đèn được chọn từ 6 bóng đèn khác nhau là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Suy ra có $A_6^4 = 360$ cách. **Chọn B.**

Câu 17. Trong mặt phẳng cho một tập hợp gồm 6 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp điểm này?

A. 15. **B.** 12. **C.** 1440. **D.** 30.

Lời giải. Mỗi cặp sắp thứ tự gồm hai điểm (A, B) cho ta một vectơ có điểm đầu A và điểm cuối B và ngược lại. Như vậy, mỗi vectơ có thể xem là một chỉnh hợp chập 2 của tập hợp 6 điểm đã cho. Suy ra có $A_6^2 = 30$ cách. **Chọn D.**

Câu 18. Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong số 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hãy tính xem huấn luyện viên của mỗi đội có bao nhiêu cách lập danh sách gồm 5 cầu thủ.

A. 462. **B.** 55. **C.** 55440. **D.** 11!.5!

Lời giải. Số cách lập danh sách gồm 5 cầu thủ đá 5 quả 11 mét là số các chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử. Vậy có $A_{11}^5 = 55440$. **Chọn C.**

Câu 19. Giả sử có 8 vận động viên tham gia chạy thi. Nếu không kể trường hợp có hai vận động viên về đích cùng lúc thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba?

A. 336. **B.** 56. **C.** 24. **D.** 120.

Lời giải. Số kết quả có thể xảy ra đối với các vị trí nhất, nhì, ba là số các chỉnh hợp chập 3 của 8 phần tử. Vậy có $A_8^3 = 336$. **Chọn A.**

Câu 20. Trong một ban chấp hành đoàn gồm 7 người, cần chọn ra 3 người vào ban thường vụ. Nếu cần chọn ban thường vụ gồm ba chức vụ Bí thư, Phó bí thư, Ủy viên thường vụ thì có bao nhiêu cách chọn?

A. 210. **B.** 200. **C.** 180. **D.** 150.

Lời giải. Số cách chọn ban thường vụ gồm ba chức vụ Bí thư, Phó bí thư, Ủy viên thường vụ từ 7 người là số các chỉnh hợp chập ba của bảy phần tử. Vậy có $A_7^3 = 210$.

Chọn A.

Câu 21. Một cuộc thi có 15 người tham dự, giả thiết rằng không có hai người nào có điểm bằng nhau. Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba thì có bao nhiêu kết quả có thể?

A. 2730. **B.** 2703. **C.** 2073. **D.** 2370.

Lời giải. Nếu kết quả của cuộc thi là việc chọn ra các giải nhất, nhì, ba thì mỗi kết quả ứng với một chỉnh hợp chập ba của 15 phần tử, do đó ta có: $A_{15}^3 = 2730$ kết quả.

Chọn A.

Câu 22. Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể?

A. 94109040. **B.** 94109400. **C.** 94104900. **D.** 94410900.

Lời giải. Mỗi kết quả ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 100 phần tử, do đó ta có: $A_{100}^4 = 94109400$ kết quả. **Chọn B.**

Câu 23. Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể nếu biết rằng người giữ vé số 47 được giải nhất?

A. 944109. **B.** 941409. **C.** 941094. **D.** 941049.

Lời giải. Vì người giữ vé số 47 trúng giải nhất nên mỗi kết quả ứng với một chỉnh hợp chập 3 của 99 phần tử, do đó ta có: $A_{99}^3 = 941094$ kết quả. **Chọn C.**

Câu 24. Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể nếu biết rằng người giữ vé số 47 trúng một trong bốn giải?

A. 3766437. **B.** 3764637. **C.** 3764367. **D.** 3764376.

Lời giải. Nếu người giữ vé số 47 trúng một trong bốn giải thì:

- Người giữ vé số 47 có 4 cách chọn giải.
- Ba giải còn lại ứng với một chỉnh hợp chấp 3 của 99 phần tử, do đó ta có $A_{99}^3 = 941094$ cách .

Vậy số kết quả bằng $4 \times A_{99}^3 = 4 \times 941094 = 3764376$ kết quả. **Chọn D.**

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, …, 9?

A. 15120. **B.** 9^5. **C.** 5^9. **D.** 126.

Lời giải. Mỗi cách xếp số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau từ các số 1, 2, ..., 9 là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử. Vậy có $A_9^5 = 15120$. **Chọn A.**

Câu 26. Cho tập $A = \{0,1, 2, \ldots, 9\}$. Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 30420. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

Lời giải. Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}, a \neq 0$.

- Chọn a có 9 cách.
- Chọn b,c,d,e từ 9 số còn lại có $A_9^4 = 3024$ cách.

Vậy có $9 \times 3024 = 27216$. **Chọn C.**

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

A. 249. **B.** 7440. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải. Ta chia thành các trường hợp sau:

- TH1: Nếu số 123 đứng đầu thì có A_7^4 số.
- TH2: Nếu số 321 đứng đầu thì có A_7^4 số.
- TH3: Nếu số 123;321 không đứng đầu

Khi đó có 6 cách chọn số đứng đầu (khác 0;1;2;3), khi đó còn 6 vị trí có 4 cách xếp 3 số 321 hoặc 123, còn lại 3 vị trí có A_6^3 cách chọn các số còn lại. Do đó trường hợp này có $6.2.4.A_6^3 = 5760$

Suy ra tổng các số thoả mãn yêu cầu là $2A_7^4 + 5760 = 7440$. **Chọn B.**

Vấn đề 3. TỔ HỢP

Câu 28. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?

A. 9880. **B.** 59280. **C.** 2300. **D.** 455.

Lời giải Nhóm học sinh 3 người được chọn (không phân biệt nam, nữ - công việc) là một tổ hợp chậm 3 của 40 (học sinh).

Vì vậy, số cách chọn nhóm học sinh là $C_{40}^3 = \dfrac{40!}{37!.3!} = 9880$. **Chọn A.**

Câu 29. Một tổ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Cần lập một đoàn đại biểu gồm 5 người, hỏi có bao nhiêu cách lập?

A. 25. **B.** 252. **C.** 50. **D.** 455.

Lời giải. Mỗi đoàn được lập là một tổ hợp chập 5 của 10 (người). Vì vậy, số đoàn đại biểu có thể có là $C_{10}^5 = \dfrac{10!}{5!.5!} = 252$. **Chọn B.**

Câu 30. Trong một ban chấp hành đoàn gồm 7 người, cần chọn 3 người trong ban thường vụ. Nếu không có sự phân biệt về chức vụ của 3 người trong ban thường vụ thì có bao nhiêu các chọn?

A. 25. **B.** 42. **C.** 50. **D.** 35.

Lời giải. Vì không xét đến sự phân biệt chức vụ của 3 người trong ban thường vụ nên mỗi cách chọn ứng với một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Như vậy, ta có $C_7^5 = \frac{7!}{2!.5!} = 35$ cách chọn ban thường vụ. **Chọn D.**

Câu 31. Một cuộc thi có 15 người tham dự, giả thiết rằng không có hai người nào có điểm bằng nhau. Nếu kết quả cuộc thi và việc chọn ra 4 người có điểm cao nhất thì có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

A. 1635. **B.** 1536. **C.** 1356. **D.** 1365.

Lời giải. Nếu kết quả cuộc thi là việc chọn ra 4 người có điểm cao nhất thì mỗi kết quả ứng với một tổ hợp chập 4 của 15 phần tử.

Như vậy, ta có $C_{15}^4 = 1365$ kết quả. **Chọn D.**

Câu 32. Một hộp đựng 5 viên bi màu xanh, 7 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi bất kỳ?

A. 665280. **B.** 924. **C.** 7. **D.** 942.

Lời giải. Số cách lấy 6 viên bi bất kỳ (không phân biệt màu) trong 12 viên bi là một tổ hợp chập 6 của 12 (viên bi). Vậy ta có $C_{12}^6 = 924$ cách lấy. **Chọn B.**

Câu 33. Có bao nhiêu cách lấy hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ gồm 52 con?

A. 104. **B.** 450. **C.** 1326. **D.** 2652.

Lời giải. Mỗi cách lấy 2 con bài từ 52 con là một tổ hợp chập 2 của 52 phần tử.

Vậy số cách lấy hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con là $C_{52}^2 = 1326$. **Chọn C.**

Câu 34. Có 15 đội bóng đá thi đấu theo thể thức vòng tròn tính điểm. Hỏi cần phải tổ chức bao nhiêu trận đấu?

A. 100. **B.** 105. **C.** 210. **D.** 200.

Lời giải. Lấy hai đội bất kỳ trong 15 đội bóng tham gia thi đấu ta được một trận đấu.

Vậy số trận đấu chính là một tổ hợp chập 2 của 15 phần tử (đội bóng đá).

Như vậy, ta có $C_{15}^2 = \frac{15!}{13!.2!} = 105$ trận đấu. **Chọn B.**

Câu 35. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa giống nhau vào 5 lọ khác nhau (mỗi lọ cắm không quá một bông)?

A. 10. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 60.

Lời giải. Cắm 3 bông hoa giống nhau, mỗi bông vào 1 lọ nên ta sẽ lấy 3 lọ bất kỳ trong 5 lọ khác nhau để cắm bông. Vậy số cách cắm bông chính là một tổ hợp chập 3 của 5 phần tử (lọ hoa). Như vậy, ta có $C_5^3 = \frac{5!}{2!.3!} = 10$ cách. **Chọn A.**

Câu 36. Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 2018 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu mút thuộc P ?

A. $\frac{2018!}{2016!}$. **B.** $\frac{2016!}{2!}$. **C.** $\frac{2018!}{2!}$. **D.** $\frac{2018!}{2016!.2!}$.

Lời giải. Với hai điểm bất kỳ trong n điểm ta luôn được một đoạn thẳng.

Vậy số đoạn thẳng cần tìm chính là một tổ hợp chập 2 của 2018 phần tử (điểm).

Như vậy, ta có $C_{2018}^{2}=\frac{2018!}{2016!.2!}$ đoạn thẳng. **Chọn D.**

Câu 37. Cho 10 điểm, không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng khác nhau tạo bởi 2 trong 10 điểm nói trên?

A. 90. **B.** 20. **C.** 45. **D.** Một số khác.

Lời giải. Với hai điểm bất kỳ trong n điểm ta luôn được một đoạn thẳng.

Vậy số đoạn thẳng cần tìm chính là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử (điểm).

Như vậy, ta có $C_{10}^{2}=\frac{10!}{8!.2!}=45$ đường thẳng. **Chọn C.**

Câu 38. Trong mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập điểm đã cho?

A. 15. **B.** 20. **C.** 60. **D.** Một số khác.

Lời giải. Cứ 3 điểm phân biệt không thẳng hàng tạo thành một tam giác.

Lấy 3 điểm bất kỳ trong 6 điểm phân biệt thì số tam giác cần tìm chính là một tổ hợp chập 3 của 6 phần tử (điểm). Như vậy, ta có $C_6^3=20$ tam giác. **Chọn B.**

Câu 39. Cho 10 điểm phân biệt $A_1,A_2,...,A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1,A_2,A_3,A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 96 tam giác. **B.** 60 tam giác. **C.** 116 tam giác. **D.** 80 tam giác.

Lời giải. Số cách lấy 3 điểm từ 10 điểm phân biệt là $C_{10}^3=120.$

Số cách lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1,A_2,A_3,A_4 là $C_4^3=4.$

Khi lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1,A_2,A_3,A_4 thì sẽ không tạo thành tam giác.

Như vậy, số tam giác tạo thành $120-4=116$ tam giác. **Chọn C.**

Câu 40. Cho mặt phẳng chứa đa giác đều (H) có 20 cạnh. Xét tam giác có 3 đỉnh được lấy từ các đỉnh của (H). Hỏi có bao nhiêu tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H).

A. 1440. **B.** 360. **C.** 1120. **D.** 816.

Lời giải. Lấy một cạnh bất kỳ của (H) làm cạnh của một tam giác có 20 cách.

Lấy một điểm bất kỳ trong 18 đỉnh còn lại của (H) (trừ đi hai đỉnh của một cạnh) có 18 cách. Vậy số tam giác cần tìm là $20.18=360$. **Chọn B.**

Câu 41. Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lầy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 37 điểm này.

A. 5690. **B.** 5960. **C.** 5950. **D.** 5590.

Lời giải. Một tam giác được tạo bởi ba điểm phân biệt nên ta xét:

TH1. Chọn 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc $d_2 \longrightarrow$ có $C_{17}^1.C_{20}^2$ tam giác.

TH2. Chọn 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc $d_2 \longrightarrow$ có $C_{17}^2.C_{20}^1$ tam giác.

Như vậy, ta có $C_{17}^1.C_{20}^2+C_{17}^2.C_{20}^1=5950$ tam giác cần tìm. **Chọn C.**

Câu 42. Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là:

A. 10. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 22.

Lời giải. Hai đường tròn cho tối đa hai giao điểm. Và 5 đường tròn phân biệt cho số giao điểm tối đa khi 2 đường tròn bất kỳ trong 5 đường tròn đôi một cắt nhau.

Vậy số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là $2.C_5^2 = 20$. **Chọn B.**

Câu 43. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là:

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

Lời giải. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt khi không có ba đường thẳng nào đồng quy và không có hai đường thẳng nào song song.

Và cứ hai đường thẳng ta có một giao điểm suy ra số giao điểm chính là số cặp đường thẳng bất kỳ được lấy từ 10 đường thẳng phân biệt. Như vậy, ta có $C_{10}^2 = 45$ giao điểm. **Chọn D.**

Câu 44. Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là

A. 90. **B.** 45. **C.** 35. **D.** Một số khác.

Lời giải. Đa giác lồi 10 cạnh thì có 10 đỉnh. Lấy hai điểm bất kỳ trong 10 đỉnh của đa giác lồi ta được số đoạn thẳng gồm cạnh và đường chéo của đa giác lồi.

Vậy số đường chéo cần tìm là $C_{10}^2 - 10 = \dfrac{10!}{8!.2!} - 10 = 35$. **Chọn C.**

Câu 45. Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n = 15$. **B.** $n = 27$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 18$.

Lời giải. Đa giác lồi n đỉnh thì có n cạnh. Nếu vẽ tất cả các đoạn thẳng nối từng cặp trong n đỉnh này thì có một bộ gồm các cạnh và các đường chéo.

Vậy để tính số đường chéo thì lấy tổng số đoạn thẳng dựng được trừ đi số cạnh, với

- Tất cả đoạn thẳng dựng được là bằng cách lấy ra 2 điểm bất kỳ trong n điểm, tức là số đoạn thẳng chính là số tổ hợp chập 2 của n phần tử.
  Như vậy, tổng số đoạn thẳng là C_n^2.
- Số cạnh của đa giác lồi là n.

Suy ra số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $C_n^2 - n = \dfrac{n(n-3)}{2}$.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} n \geq 3 \\ \dfrac{n(n-3)}{2} = 135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 3 \\ n^2 - 3n - 270 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 18$. **Chọn D.**

Câu 46. Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng phân biệt song song với nhau và năm đường thẳng phân biệt vuông góc với bốn đường thẳng song song đó.

A. 60. **B.** 48. **C.** 20. **D.** 36.

Lời giải. Cứ 2 đường thẳng song song với 2 đường thẳng vuông góc với chúng cắt nhau tại bốn điểm là 4 đỉnh của hình chữ nhật.

Vậy lấy 2 đường thẳng trong 4 đường thẳng song song và lấy 2 đường thẳng trong 5 đường thẳng vuông góc với 4 đường đó ta được số hình chữ nhật là $C_4^2.C_5^2 = 60$.

Chọn A.

Câu 47. Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 119700. **C.** 117900. **D.** 110970.

Lời giải. Số cách chọn 3 học sinh nữ là: $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Số cách chọn 2 bạn học sinh nam là: $C_{15}^2 = 105$ cách.

Số cách chọn 5 bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $1140 \times 105 = 119700$. **Chọn B.**

Câu 48. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$. **B.** $3!C_3^2C_5^2$. **C.** $4!C_4^2C_5^2$. **D.** $3!C_4^2C_5^2$.

Lời giải. Số cách chọn 2 số chẵn trong tập hợp $\{2;4;6;8\}$ là: C_4^2 cách.

Số cách chọn 2 số lẻ trong tập hợp $\{1;3;5;7;9\}$ là: C_5^2 cách.

Số cách hoán vị 4 chữ số đã chọn lập thành 1 số tự nhiên là: $4!$ cách.

Vậy có $4! \times C_4^2 \times C_5^2$ số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 49. Một túi đựng 6 bi trắng, 5 bi xanh. Lấy ra 4 viên bi từ túi đó. Hỏi có bao nhiêu cách lấy mà 4 viên bi lấy ra có đủ hai màu.

A. 300. **B.** 310. **C.** 320. **D.** 330.

Lời giải. Các viên bi lấy ra có đủ cả 2 màu nên ta có các trường hợp:

Số bi trắng	Số bi xanh	Số cách chọn
1	3	$C_6^1 \times C_5^3$
2	2	$C_6^2 \times C_5^2$
3	1	$C_6^3 \times C_5^1$

Vậy có tất cả $C_6^1 \times C_5^3 + C_6^2 \times C_5^2 + C_6^3 \times C_5^1 = 310$ cách lấy thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn B.

Cách 2. Dùng phần bù. Số cách chọn 4 viên bi tùy ý từ 11 viên bi là: C_{11}^5 cách.

Số cách chọn 4 viên bi màu trắng là: C_6^4 cách.

Số cách chọn 4 viên bi là màu xanh là: C_5^4 cách.

Vậy có $C_{11}^5 - \left(C_6^4 + C_5^4\right) = 310$ cách chọn 4 viên bi trong đó có cả 2 màu.

Câu 50. Một nhóm học sinh có 6 bạn nam và 5 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có cả nam và nữ?

A. 455. **B.** 7. **C.** 456. **D.** 462.

Lời giải. Số cách chọn 5 học sinh tùy ý là: C_{11}^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh nam là: C_6^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh nữ là: C_5^5 cách.

Vậy có $C_{11}^5 - C_6^5 - C_5^5 = 455$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Cách 2. Do trong 5 học sinh được chọn có cả nam cả nữ nên ta có các trường hợp sau:

Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số cách chọn
1	4	$C_6^1 \times C_5^4$
2	3	$C_6^2 \times C_5^3$
3	2	$C_6^3 \times C_5^2$
4	1	$C_6^4 \times C_5^1$

Vậy có $C_6^1 \times C_5^4 + C_6^2 \times C_5^3 + C_6^3 \times C_5^2 + C_6^4 \times C_5^1 = 455$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 51. Để chào mừng kỉ niệm ngày thành lập Đoàn TNCS Hồ Chí Minh, nhà trường tổ chức cho học sinh cắm trại. Lớp 10A có 19 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Giáo viên cần chọn 5 học sinh để trang trí trại. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất 1 học sinh nữ? Biết rằng học sinh nào trong lớp cũng có khă năng trang trí trại.

A. C_{19}^5. **B.** $C_{35}^5 - C_{19}^5$. **C.** $C_{35}^5 - C_{16}^5$. **D.** C_{16}^5.

Lời giải. Tổng số học sinh lớp 10A là 35.

Có C_{35}^5 cách chọn 5 học sinh từ 35 học sinh lớp 10A.

Có C_{19}^5 cách chọn 5 học sinh từ 19 học sinh nam của lớp 10A.

Do đó có $C_{35}^5 - C_{19}^5$ cách chọn 5 học sinh sao cho có ít nhất một học sinh nữ. **Chọn B.**

Câu 52. Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 25 nam và 15 nữ. Giáo viên cần chọn 3 học sinh tham gia vệ sinh công cộng toàn trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh trong đó có nhiều nhất 1 học sinh nam?

A. 2625. **B.** 455. **C.** 2300. **D.** 3080.

Lời giải. Do trong 3 học sinh được chọn có nhiều nhất 1 học sinh nam nên ta có các trường hợp sau:

Số học sinh nam	Số học sinh nữ	Số cách chọn
1	2	$C_{25}^1 \times C_{15}^2$
0	3	$C_{25}^0 \times C_{15}^3$

Vậy có $C_{25}^1 \times C_{15}^2 + C_{25}^0 \times C_{15}^3 = 3080$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Cách 2. Số cách chọn 3 học sinh bất kì trong lớp là: C_{40}^3 cách.

Số cách chọn 3 học sinh trong đó có 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ là: $C_{25}^2 \times C_{15}^1$ cách.

Số cách chọn 3 học sinh nam là: $C_{25}^3 \times C_{15}^0$ cách.

Vậy có $C_{40}^3 - \left(C_{25}^2 \times C_{15}^1 + C_{25}^3 \times C_{15}^0\right) = 3080$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 53. Từ 20 người cần chọn ra một đoàn đại biểu gồm 1 trưởng đoàn, 1 phó đoàn, 1 thư kí và 3 ủy viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đoàn đại biểu ?

A. 4651200. **B.** 4651300. **C.** 4651400. **D.** 4651500.

Lời giải. Số cách chọn 1 người trong 20 người làm trưởng đoàn là: C_{20}^1 cách.

Số cách chọn 1 người trong 19 người còn lại làm phó đoàn là: C_{19}^1 cách.

Số cách chọn 1 người trong 18 người còn lại làm thư kí là: C_{18}^1 cách.

Số cách chọn 3 người trong 17 người còn lại làm ủy viên là: C_{17}^3 cách.

Vậy số cách chọn đoàn đại biểu là $C_{20}^1 \times C_{19}^1 \times C_{18}^1 \times C_{17}^3 = 4651200$. **Chọn A.**

Câu 54. Một tổ gồm 10 học sinh. Cần chia tổ đó thành ba nhóm có 5 học sinh, 3 học sinh và 2 học sinh. Số các chia nhóm là:

A. 2880. **B.** 2520. **C.** 2515. **D.** 2510.

Lời giải. Số cách chọn ra nhóm có 5 học sinh từ 10 học sinh là: C_{10}^5 cách.

Số cách chọn ra nhóm 3 học sinh từ 5 học sinh còn lại là: C_5^3 cách.

Số cách chọn ra nhóm 2 học sinh từ 2 học sinh còn lại là: C_2^2 cách.

Vậy có $C_{10}^5 \times C_5^3 \times C_2^2 = 2520$ cách chia nhóm thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 55. Một nhóm đoàn viên thanh niên tình nguyện về sinh hoạt tại một xã nông thôn gồm có 21 đoàn viên nam và 15 đoàn viên nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân chia 3 nhóm về 3 ấp để hoạt động sao cho mỗi ấp có 7 đoàn viên nam và 5 đoàn viên nữ?

A. $3C_{36}^{12}$. **B.** C_{36}^{12}. **C.** $3C_{21}^{7}C_{15}^{5}$. **D.** $C_{21}^{7}C_{15}^{5}C_{14}^{7}C_{10}^{5}$.

Lời giải. Số cách chọn nhóm thứ nhất là: $C_{21}^{7}\times C_{15}^{5}$ cách.

Số cách chọn nhóm thứ hai là: $C_{14}^{7}\times C_{10}^{5}$ cách.

Số cách chọn nhóm thứ ba là: $C_{7}^{7}\times C_{5}^{5}$ cách.

Vậy có $\left(C_{21}^{7}\times C_{15}^{5}\right)\times\left(C_{14}^{7}\times C_{10}^{5}\right)\times\left(C_{7}^{7}\times C_{5}^{5}\right)=C_{21}^{7}C_{15}^{5}C_{14}^{7}C_{10}^{5}$ cách chia nhóm thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 56. Trong một giỏ hoa có 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa coi như đôi một khác nhau). Người ta muốn làm một bó hoa gồm 7 bông được lấy từ giỏ hoa đó. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hoa biết bó hoa có đúng 1 bông hồng đỏ?

A. 56. **B.** 112. **C.** 224. **D.** 448.

Lời giải. Số cách chọn 1 bông hồng đỏ từ giỏ hoa là: C_{4}^{1}.

Bó hoa gồm 7 bông hồng mà có đúng 1 bông hồng đỏ nên tổng số bông hồng vàng và bông hồng trắng là 6. Ta có các trường hợp sau:

Số bông hồng vàng	Số bông hồng trắng	Số cách chọn
5	1	$C_5^5\times C_3^1$
4	2	$C_5^4\times C_3^2$
3	3	$C_5^3\times C_3^3$

Vậy có $C_4^1\left(C_5^5\times C_3^1+C_5^4\times C_3^2+C_5^3\times C_3^3\right)=112$ cách chọn bó hoa thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 57. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là:

A. 2163. **B.** 3843. **C.** 3003. **D.** 840.

Lời giải. Số cách chọn 5 viên bi bất kì trong hộp là: C_{15}^{5} cách.

Số cách chọn 5 viên bi mà trong đó không có viên bi nào màu vàng là: C_{11}^{5} cách.

Số cách chọn 5 viên bi mà trong đó không có viên bi nào màu đỏ là: C_{10}^{5} cách.

Số cách chọn 5 viên bi mà trong đó không có viên bi nào màu xanh là: C_{9}^{5} cách.

Vậy có $C_{15}^{5}-\left(C_{11}^{5}+C_{10}^{5}+C_{9}^{5}\right)=2163$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 58. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 126. **B.** 102. **C.** 98. **D.** 100.

Lời giải. Do trong 5 học sinh có đủ học sinh ở các lớp 12A, 12B, 12C nên ta có các trường hợp sau:

Số học sinh lớp 12A	Số học sinh lớp 12B	Số học sinh lớp 12C	Số cách chọn
2	1	2	$C_4^2\times C_3^1\times C_2^2$
1	2	2	$C_4^1\times C_3^2\times C_2^2$
2	2	1	$C_4^2\times C_3^2\times C_2^1$

3	1	1	$C_4^3 \times C_3^1 \times C_2^1$
1	3	1	$C_4^1 \times C_3^3 \times C_2^1$

Vậy có $C_4^2 \times C_3^1 \times C_2^2 + C_4^1 \times C_3^2 \times C_2^2 + C_4^2 \times C_3^2 \times C_2^1 + C_4^3 \times C_3^1 \times C_2^1 + C_4^1 \times C_3^3 \times C_2^1 = 98$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C**

Cách 2. Tổng số học sinh trong đội văn nghệ của nhà trường là 9 học sinh.

Số cách chọn 5 học sinh bất kì trong 9 học sinh là: C_9^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh mà trong đó không có học sinh lớp 12A là: C_5^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh mà trong đó không có học sinh lớp 12B là: C_6^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh mà trong đó không có học sinh lớp 12C là: C_7^5 cách.

Vậy có $C_9^5 - \left(C_5^5 + C_6^5 + C_7^5\right) = 98$ cách thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 59. Có 12 học sinh giỏi gồm 3 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong số học sinh giỏi đó sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 85. **B.** 58. **C.** 508. **D.** 805.

Lời giải. Số cách chọn 6 học sinh bất kì trong 12 học sinh là: C_{12}^6 cách.

Số cách chọn 6 học sinh mà trong đó không có học sinh khối 10 là: C_7^6 cách.

Số cách chọn 6 học sinh mà trong đó không có học sinh khối 11 là: C_8^6 cách.

Số cách chọn 6 học sinh mà trong đó không có học sinh khối 12 là: C_9^6 cách.

Vậy có $C_{12}^6 - \left(C_7^6 + C_8^6 + C_9^6\right) = 805$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 60. Đội học sinh giỏi cấp trường môn Tiếng Anh của trường THPT X theo từng khối như sau: khối 10 có 5 học sinh, khối 11 có 5 học sinh và khối 12 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia IOE cấp tỉnh. Tính số cách lập đội tuyển sao cho có học sinh cả ba khối và có nhiều nhất 2 học sinh khối 10.

A. 50. **B.** 500. **C.** 502. **D.** 501.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra có 2 khả năng xảy ra như sau:

TH1: Có đúng 1 học sinh khối 10.

Số cách chọn 1 học sinh khối 10 là: C_5^1 cách.

Số cách chọn 9 học sinh còn lại khối 11 và 12 là: C_{10}^9 cách.

TH2: Có đúng 2 học sinh khối 10.

Số cách chọn 2 học sinh khối 10 là: C_5^2 cách.

Số cách chọn 8 học sinh còn lại từ khối 11 và 12 là: C_{10}^8 cách.

Vậy có $C_5^1 \times C_{10}^9 + C_5^2 \times C_{10}^8 = 500$ cách lập đội thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 61. Đội văn nghệ của một nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Cần chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ đó để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A?

A. 80. **B.** 78. **C.** 76. **D.** 98.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra có 3 khả năng xảy ra như sau:

Số học sinh lớp 12A	Số học sinh lớp 12B	Số học sinh lớp 12C	Số cách chọn
2	2	1	$C_4^2 \times C_3^2 \times C_2^1$

2	1	2	$C_4^2 \times C_3^1 \times C_2^2$
3	1	1	$C_4^3 \times C_3^1 \times C_2^1$

Vậy có $C_4^2 \times C_3^2 \times C_2^1 + C_4^2 \times C_3^1 \times C_2^2 + C_4^3 \times C_3^1 \times C_2^1 = 78$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 62. Một hộp đựng 8 viên bi màu xanh, 5 viên bi đỏ, 3 viên bi màu vàng. Có bao nhiêu cách chọn từ hộp đó ra 4 viên bi sao cho số bi xanh bằng số bi đỏ?

A. 280. **B.** 400. **C.** 40. **D.** 1160.

Lời giải. Từ giả thiết suy ra có 2 trường hợp xảy ra như sau:

Số viên bi xanh	Số viên bi đỏ	Số viến bi vàng	Số cách chọn
1	1	2	$C_8^1 \times C_5^1 \times C_3^2$
2	2	0	$C_8^2 \times C_5^2 \times C_3^0$

Vậy có $C_8^1 \times C_5^1 \times C_3^2 + C_8^2 \times C_5^2 \times C_3^0 = 400$ cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 63. Một hộp bi có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 4 viên bi trong đó số viên bi đỏ lớn hơn số viên bi vàng.

A. 654. **B.** 275. **C.** 462. **D.** 357.

Lời giải. Tổng số bi lấy ra có 4 viên mà bi đỏ nhiều hơn bi vàng nên có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: Không có bi vàng, khi đó số bi đỏ phải từ 1 viên trở lên.

Số cách lấy 4 viên bi bất kì trong tổng số 9 viên bi (gồm 5 đỏ và 4 xanh) là: C_9^4 cách.

Số cách lấy 4 viên bi xanh là: C_4^4 cách.

$\Rightarrow$ Số cách lấy thỏa mãn trong trường hợp này là: $C_9^4 - C_4^4 = 125$ cách.

TH2: Có 1 viên bi vàng, khi đó số bi đỏ phải từ 2 viên trở lên. Số cách lấy 1 viên bi vàng: C_3^1 cách.

Số cách lấy 3 viên bi còn lại trong đó có 2 bi đỏ và 1 bi xanh là: $C_5^2 \times C_4^1$ cách.

Số cách lấy 3 viên bi còn lại đều là bi đỏ là: $C_5^3 \times C_4^0$ cách.

$\Rightarrow$ Số cách lấy thỏa mãn trong trường hợp này là: $C_3^1 \times \left(C_5^2 \times C_4^1 + C_5^3 \times C_4^0\right) = 150$ cách.

Vậy có $125 + 150 = 275$ cách lấy thỏa mãn yêu cầu bài toán.**Chọn B.**

Câu 64. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư khác nhau. Từ đó người ta muốn chọn ra 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư ấy lên 3 bì đã chọn. Hỏi có bao nhiêu cách làm như thế?

A. 1000. **B.** 1200. **C.** 2000. **D.** 2200.

Lời giải. Số cách chọn 3 tem thư trong 5 tem thư khác nhau là: C_5^3 cách.

Số cách chọn 3 bì thư trong 6 bì thư khác nhau là: C_6^3 cách.

Số cách dán tem thư thứ nhất vào 3 bì thư là: C_3^1 cách.

Số cách dán tem thư thứ hai vào 2 bì thư còn lại là: C_2^1 cách.

Số cách dán tem thư thứ hai vào bì thư cuối cùng là: C_1^1 cách.

Vậy có $\left(C_5^3 \times C_6^3\right) \times \left(C_3^1 \times C_2^1 \times C_1^1\right) = 1200$ cách làm thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B.**

Câu 65. Cho 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên ?

A. 69. **B.** 88. **C.** 96. **D.** 100.

Lời giải. Theo bài ra, một đề thi gồm 3 câu hỏi vừa có câu hỏi lý thuyết vừa có câu hỏi bài tập nên ta xét:

TH1: Đề thi gồm 1 câu lý thuyết, 2 câu bài tập. Lấy 1 câu lý thuyết trong 4 câu lý thuyết có C_4^1 cách, tương ứng lấy 2 câu bài tập trong 6 câu bài tập có C_6^2 cách. Vậy có $C_4^1.C_6^2$ đề.

TH2: Đề thi gồm 2 câu lý thuyết, 1 câu bài tập. Lập luận tương tự **TH1**, ta sẽ tạo được $C_4^2.C_6^1$ đề.

Vậy có thể tạo được $C_4^1 \times C_6^2 + C_4^2 \times C_6^1 = 96$ đề thi thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Vấn đề 4. PHƯƠNG TRÌNH – BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị $x \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $6\left(P_x - P_{x-1}\right) = P_{x+1}$.

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2;\ x = 3$. **D.** $x = 5$.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq 1$ và $x \in \mathbb{N}$.

Ta có $6\left(P_x - P_{x-1}\right) = P_{x+1} \Leftrightarrow 6\left[x! - (x-1)!\right] = (x+1)! \Leftrightarrow 6(x-1)!.(x-1) = (x-1)!.x(x+1)$

$\Leftrightarrow 6.(x-1) = x(x+1) \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\ \text{(thỏa mãn)} \\ x = 3\ \text{(thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 67. Tính tổng S của tất cả các giá trị của x thỏa mãn $P_2.x^2 - P_3.x = 8$.

A. $S = -4$. **B.** $S = -1$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 3$.

Lời giải. Ta có $P_2.x^2 - P_3.x = 8 \Leftrightarrow 2!.x^2 - 3!.x = 8 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right.$

$\longrightarrow S = -1 + 4 = 3$. **Chọn D.**

Câu 68. Có bao nhiêu số tự nhiên x thỏa mãn $3A_x^2 - A_{2x}^2 + 42 = 0$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq 2$ và $x \in \mathbb{N}$.

Ta có $3A_x^2 - A_{2x}^2 + 42 = 0 \Leftrightarrow 3.\dfrac{x!}{(x-2)!} - \dfrac{(2x)!}{(2x-2)!} + 42 = 0$

$\Leftrightarrow 3.(x-1).x - (2x-1).2x + 42 = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 42 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -7\ \text{(loại)} \\ x = 6\ \text{(thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 69. Cho số tự nhiên x thỏa mãn $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. x là số chính phương. **B.** x là số nguyên tố.

C. x là số chẵn. **D.** x là số chia hết cho 3.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq 10$ và $x \in \mathbb{N}$.

Ta có $A_x^{10} + A_x^9 = 9A_x^8 \Leftrightarrow \dfrac{x!}{(x-10)!} + \dfrac{x!}{(x-9)!} = 9\dfrac{x!}{(x-8)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{1} + \dfrac{1}{x-9} = \dfrac{9}{(x-9)(x-8)} \Leftrightarrow x^2 - 16x + 55 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 11\ \text{(thỏa mãn)} \\ x = 5\ \text{(loại)} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 70. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^3+5A_n^2=2(n+15)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Điều kiện: $n\ge 3$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $A_n^3+5A_n^2=2(n+15)\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!}+5.\dfrac{n!}{(n-2)!}-2n-30=0$

$\Leftrightarrow (n-2).(n-1).n+5.(n-1).n-2n-30=0\Leftrightarrow n^3+2n^2-5n-30=0\Leftrightarrow n=3.$ **Chọn B.**

Câu 71. Tìm giá trị $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_{n+1}^1+3C_{n+2}^2=C_{n+1}^3$.

A. $n=12$. **B.** $n=9$. **C.** $n=16$. **D.** $n=2$.

Lời giải. Điều kiện: $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $C_{n+1}^1+3C_{n+2}^2=C_{n+1}^3\Leftrightarrow \dfrac{(n+1)!}{1!.n!}+3.\dfrac{(n+2)!}{2!.n!}=\dfrac{(n+1)!}{3!.(n-2)!}$

$\Leftrightarrow n+1+3.\dfrac{(n+1).(n+2)}{2}=\dfrac{(n-1).n.(n+1)}{6}\Leftrightarrow 1+3.\dfrac{(n+2)}{2}=\dfrac{(n-1).n.}{6}$

$\Leftrightarrow 6+9n+18=n^2-n\Leftrightarrow n^2-10n-24=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=-2\,(\text{loại})\\ n=12\,(\text{thỏa mãn})\end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 72. Tính tích P của tất cả các giá trị của x thỏa mãn $C_{14}^x+C_{14}^{x+2}=2C_{14}^{x+1}$.

A. $P=4$. **B.** $P=32$. **C.** $P=-32$. **D.** $P=12$.

Lời giải. Điều kiện: $0\le x\le 12$ và $x\in\mathbb{N}$.

Ta có $C_{14}^x+C_{14}^{x+2}=2C_{14}^{x+1}\Leftrightarrow \dfrac{14!}{x!(14-x)!}+\dfrac{14!}{(x+2)!(12-x)!}=2\dfrac{14!}{(x+1)!(13-x)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{(14-x)(13-x)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}=2.\dfrac{1}{(x+1)(13-x)}$

$\Leftrightarrow (x+1)(x+2)+(14-x)(13-x)=2(x+2)(14-x)$

$\Leftrightarrow x^2-12x+32=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\ x=8\end{array}\right.\longrightarrow P=4.8=32.$ **Chọn B.**

Câu 73. Tính tổng S của tất cả các giá trị của n thỏa mãn $\dfrac{1}{C_n^1}-\dfrac{1}{C_{n+1}^2}=\dfrac{7}{6C_{n+4}^1}$.

A. $S=8$. **B.** $S=11$. **C.** $S=12$. **D.** $S=15$.

Lời giải. Điều kiện: $n\ge 1$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $\dfrac{1}{C_n^1}-\dfrac{1}{C_{n+1}^2}=\dfrac{7}{6C_{n+4}^1}\Leftrightarrow \dfrac{(n-1)!}{n!}-\dfrac{2!.(n-1)!}{(n+1)!}=\dfrac{7(n+3)!}{6(n+4)!}\Leftrightarrow \dfrac{1}{n}-\dfrac{2}{n(n+1)}=\dfrac{7}{6(n+4)}$

$\Leftrightarrow n^2-11n+24=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=3\,(\text{thỏa mãn})\\ n=8\,(\text{thỏa mãn})\end{array}\right.\longrightarrow S=3+8=11.$ **Chọn B.**

Câu 74. Tìm giá trị $x\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_x^0+C_x^{x-1}+C_x^{x-2}=79$.

A. $x=13$. **B.** $x=17$. **C.** $x=16$. **D.** $x=12$.

Lời giải. Điều kiện: $x\in\mathbb{N}$.

Ta có $C_x^0+C_x^{x-1}+C_x^{x-2}=79\Leftrightarrow C_x^0+C_x^1+C_x^2=79$

$\Leftrightarrow 1+x+\dfrac{x(x-1)}{2}=79\Leftrightarrow x^2+x-156=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=12\,(\text{thỏa mãn})\\ x=-13\,(\text{loại})\end{array}\right.$. **Chọn D.**

Câu 75. Tìm giá trị $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3)$.

A. $n = 15$. **B.** $n = 18$. **C.** $n = 16$. **D.** $n = 12$.

Lời giải. Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$.

Ta có $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3) \Leftrightarrow C_{n+4}^{3} - C_{n+3}^{3} = 7(n+3)$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n+4)(n+2)}{3!} - \dfrac{(n+2)(n+1)}{3!} = 7 \Leftrightarrow 3n - 36 = 0 \Leftrightarrow n = 12$ (thỏa mãn). **Chọn D.**

Câu 76. Tìm giá trị $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = \dfrac{7n}{2}$.

A. $n = 3$. **B.** $n = 4$. **C.** $n = 6$. **D.** $n = 8$.

Lời giải. Ta có $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 = \dfrac{7n}{2} \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-1)!} + \dfrac{n!}{2!.(n-2)!} + \dfrac{n!}{3!(n-3)!} = \dfrac{7n}{2}$

$\Leftrightarrow n^2 - 16 = 0 \longrightarrow n = 4$. **Chọn B.**

Câu 77. Tính tổng S của tất cả các giá trị của x thỏa $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$.

A. $S = 2$. **B.** $S = 7$. **C.** $S = 9$. **D.** $S = 14$.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq 3$ và $x \in \mathbb{N}$.

Ta có $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x \Leftrightarrow \dfrac{x!}{1!.(x-1)!} + 6.\dfrac{x!}{2!.(x-2)!} + 6.\dfrac{x!}{3!.(x-3)!} = 9x^2 - 14x$

$\Leftrightarrow x + 3x(x-1) + (x-2)(x-1)x = 9x^2 - 14x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 2 \text{ (loại)} \\ x = 7 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 78. Tìm giá trị $n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$.

A. $n = 18$. **B.** $n = 16$. **C.** $n = 15$. **D.** $n = 14$.

Lời giải. Điều kiện: $n \geq 9$ và $n \in \mathbb{N}$.

Áp dụng công thức $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$, ta có $C_n^6 + 3C_n^7 + 3C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8$

$\Leftrightarrow C_n^6 + C_n^7 + 2\left(C_n^7 + C_n^8\right) + C_n^8 + C_n^9 = 2C_{n+2}^8 \Leftrightarrow C_{n+1}^7 + 2C_{n+1}^8 + C_{n+1}^9 = 2C_{n+2}^8$

$\Leftrightarrow \left(C_{n+1}^7 + C_{n+1}^8\right) + \left(C_{n+1}^8 + C_{n+1}^9\right) = 2C_{n+2}^8 \Leftrightarrow C_{n+2}^8 + C_{n+2}^9 = 2C_{n+2}^8$

$\Leftrightarrow C_{n+2}^9 = C_{n+2}^8 \longrightarrow n + 2 = 9 + 8 \Leftrightarrow n = 15$. **Chọn C.**

Câu 79. Đẳng thức nào sau đây là sai?

A. $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^6$. **B.** $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^6$.

C. $C_{2007}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^{1999}$. **D.** $C_{2007}^7 = C_{2006}^7 + C_{2006}^{2000}$.

Lời giải. Áp dụng công thức $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$, ta có $C_{2006}^6 + C_{2006}^7 = C_{2007}^7$. Do đó A đúng.

Áp dụng công thức $C_n^k = C_n^{n-k} \longrightarrow \begin{cases} C_{2006}^6 = C_{2006}^{2000} \\ C_{2006}^7 = C_{2006}^{1999} \end{cases}$.

Suy ra $C_{2007}^7 = C_{2006}^6 + C_{2006}^7 = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^{1999} = C_{2006}^{2000} + C_{2006}^7$. Do đó C, D đúng; B sai.

Chọn B.

Câu 80. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = C_{n+1}^2$.

B. $1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = A_{n+1}^2$.

C. $1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$.

D. $1+2+3+4+...+n=A_n^1+A_n^2+....+A_n^n$.

Lời giải. Ta có $1+2+3+4+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ và $C_{n+1}^2=\dfrac{(n+1)!}{2!(n+1-2)!}=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

Do đó A đúng. **Chọn A.**

Câu 81. Tính tích P của tất cả các giá trị của n thỏa mãn $P_nA_n^2+72=6\left(A_n^2+2P_n\right)$.

A. $P=12$. **B.** $P=5$. **C.** $P=10$. **D.** $P=6$.

Lời giải. Điều kiện: $n\geq 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $P_nA_n^2+72=6\left(A_n^2+2P_n\right)\Leftrightarrow n!.\dfrac{n!}{(n-2)!}+72=6\left[\dfrac{n!}{(n-2)!}+2.n!\right]$

$\Leftrightarrow n!.(n-1).n+72=6\left[(n-1)n+2.n!\right]\Leftrightarrow (n!-6)\left(n^2-n-12\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n^2-n-12=0\\ n!-6=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=4(\text{thỏa mãn})\\ n=-3(\text{loại})\\ n=3(\text{thỏa mãn})\end{array}\right.\longrightarrow P=4.3=12$. **Chọn A.**

Câu 82. Tính tích P của tất cả các giá trị của x thỏa mãn $7\left(A_{x+1}^{x-1}+2P_{x-1}\right)=30P_x$.

A. $P=7$. **B.** $P=4$. **C.** $P=28$. **D.** $P=14$.

Lời giải. Điều kiện: $x\geq 1$ và $x\in\mathbb{N}$.

Ta có $7\left(A_{x+1}^{x-1}+2P_{x-1}\right)=30P_x\quad\Leftrightarrow 7\left[\dfrac{(x+1)!}{2!}+2.(x-1)!\right]=30.x!$

$\Leftrightarrow 7\left[\dfrac{x(x+1)}{2}+2\right]=30x\Leftrightarrow 7x^2-53x+28=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=7(\text{thỏa mãn})\\ x=\dfrac{4}{7}(\text{loại})\end{array}\right.\longrightarrow P=7$. **Chọn A.**

Câu 83. Tìm giá trị $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_{n+8}^{n+3}=5A_{n+6}^3$.

A. $n=15$. **B.** $n=17$. **C.** $n=6$. **D.** $n=14$.

Lời giải. Áp dụng công thức $C_n^k=C_n^{n-k}$, ta có $C_{n+8}^{n+3}=5A_{n+6}^3\Leftrightarrow C_{n+8}^5=5.A_{n+6}^3$

$\Leftrightarrow\dfrac{(n+8)(n+7)}{5!}=5\Leftrightarrow n^2+15n-544=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=17(\text{thỏa mãn})\\ n=-32(\text{loại})\end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 84. Tìm giá trị $x\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $A_x^2.C_x^{x-1}=48$.

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=7$. **D.** $x=12$.

Lời giải. Điều kiện: $x\geq 2$ và $x\in\mathbb{N}$.

Ta có $A_x^2.C_x^{x-1}=48\Leftrightarrow\dfrac{x!}{(x-2)!}.\dfrac{x!}{(x-1)!.1!}=48$

$\Leftrightarrow (x-1)x.x=48\Leftrightarrow x^3-x^2-48=0\Leftrightarrow x=4(\text{thỏa mãn})$. **Chọn A.**

Câu 85. Tìm giá trị $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=5$.

A. $n=3$. **B.** $n=5$. **C.** $n=4$. **D.** $n=6$.

Lời giải. Điều kiện: $n\geq 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=5\Leftrightarrow\dfrac{n!}{(n-2)!}-\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!2!}=5\Leftrightarrow (n-1).n-\dfrac{n(n+1)}{2}-5=0$

$\Leftrightarrow n^2-3n-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=-2 \text{ (loại)} \\ n=5 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 86. Tính tích P của tất cả các giá trị của n thỏa mãn $A_n^2-3C_n^2=15-5n$.

A. $P=5$. **B.** $P=6$. **C.** $P=30$. **D.** $P=360$.

Lời giải. Điều kiện: $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $A_n^2-3C_n^2=15-5n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!}-3.\dfrac{n!}{2!.(n-2)!}=15-5n$

$\Leftrightarrow n(n-1)-3\dfrac{n(n-1)}{2}=15-5n \Leftrightarrow -n^2+11n-30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=6 \text{ (thỏa mãn)} \\ n=5 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$

$\longrightarrow P=5.6=30$. **Chọn C.**

Câu 87. Tìm giá trị $x\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $3A_x^4=24\left(A_{x+1}^3-C_x^{x-4}\right)$.

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$; $x=5$.

Lời giải. Điều kiện: $x\ge 4$ và $x\in\mathbb{N}$.

Ta có $3A_x^4=24\left(A_{x+1}^3-C_x^{x-4}\right) \Leftrightarrow 23.\dfrac{x!}{(x-4)!}=24.\left[\dfrac{(x+1)!}{(x-2)!}-\dfrac{x!}{(x-4)!.4!}\right]$

$\Leftrightarrow 23.\dfrac{1}{(x-4)!}=24.\left[\dfrac{x+1}{(x-2)!}-\dfrac{1}{(x-4)!.4!}\right] \Leftrightarrow 23.\dfrac{1}{1}=24.\left[\dfrac{x+1}{(x-2)(x-3)}-\dfrac{1}{1.24}\right]$

$\Leftrightarrow 23=24.\dfrac{x+1}{(x-2)(x-3)}-1 \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{(x-2)(x-3)}=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \text{ (loại)} \\ x=5 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 88. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $\dfrac{A_{n+4}^4}{(n+2)!}<\dfrac{15}{(n-1)!}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Điều kiện: $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $\dfrac{A_{n+4}^4}{(n+2)!}<\dfrac{15}{(n-1)!} \Leftrightarrow \dfrac{(n+4)!}{(n+2)!.n!}<\dfrac{15}{(n-1)!} \Leftrightarrow \dfrac{(n+3)(n+4)}{n}<15$

$\Leftrightarrow (n+3)(n+4)<15n \Leftrightarrow n^2-8n+12<0 \Leftrightarrow 2<n<6 \xrightarrow{n\in\mathbb{N}} n\in\{3,\ 4,\ 5\}$. **Chọn C.**

Câu 89. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $2C_{n+1}^2+3A_n^2-20<0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Điều kiện: $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $2C_{n+1}^2+3A_n^2-20<0 \Leftrightarrow 2\dfrac{(n+1)!}{2!.(n-1)!}+3.\dfrac{n!}{(n-2)!}-20<0$

$\Leftrightarrow n(n+1)+3(n-1)n-20<0 \Leftrightarrow 2n^2-n-10<0 \Leftrightarrow -2<n<\dfrac{5}{2} \xrightarrow[n\in\mathbb{N}]{n\ge 2} n=2$. **Chọn A.**

Câu 90. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $2C_{n+1}^2+\ 3A_n^2<30$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Điều kiện: $n\ge 2$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $2C_{n+1}^2+\ 3A_n^2<30 \Leftrightarrow 2.\dfrac{(n+1)!}{2!(n-1)!}+3.\dfrac{n!}{(n-2)!}<30$

$\Leftrightarrow n(n+1)+3(n-1)x<30 \Leftrightarrow 2n^2-n-15<0 \Leftrightarrow -\dfrac{5}{2}<n<3 \xrightarrow[n\in\mathbb{N}]{n\geq 2} n=2.$ **Chọn A.**

Câu 91. Có bao nhiêu số tự nhiên n thỏa mãn $14.P_3C_{n-1}^{n-3}<A_{n+1}^4$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải. Điều kiện: $n\geq 3$ và $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $14.P_3C_{n-1}^{n-3}<A_{n+1}^4 \Leftrightarrow 14.3!.\dfrac{(n-1)!}{(n-3)!.2!}<\dfrac{(n+1)!}{(n-3)!}$

$\Leftrightarrow 42(n-2)(n-1)<(n-2)(n-1)n(n+1) \Leftrightarrow 42<n(n+1) \Leftrightarrow n^2+n-42>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n<-7 \\ n>6 \end{array}\right.$

$\xrightarrow[n\in\mathbb{N}]{n\geq 3} \begin{cases} n\geq 7 \\ n\in\mathbb{N} \end{cases}.$ **Chọn D.**

Câu 92. Giải hệ phương trình $\begin{cases} C_x^y-C_x^{y+1}=0 \\ 4C_x^y-5C_x^{y-1}=0 \end{cases}.$

A. $\begin{cases} x=17 \\ y=8 \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x=17 \\ y=-8 \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} x=9 \\ y=8 \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x=7 \\ y=9 \end{cases}.$

Lời giải. Điều kiện: $x\geq y+1$ và $x,y\in\mathbb{N}$.

Ta có $\begin{cases} C_x^y-C_x^{y+1}=0 & (1) \\ 4C_x^y-5C_x^{y-1}=0 & (2) \end{cases}.$

Phương trình $(1) \Leftrightarrow C_x^y=C_x^{y+1} \Leftrightarrow y+y+1=x \Leftrightarrow x-2y-1=0$.

Phương trình $(2) \Leftrightarrow 4C_x^y=5C_x^{y-1} \Leftrightarrow 4.\dfrac{x!}{y!.(x-y)!}=5.\dfrac{x!}{(y-1)!.(x-y+1)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{4}{y}=\dfrac{5}{x-y+1} \Leftrightarrow 4x-9y+4=0.$

Do đó hệ phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y-1=0 \\ 4x-9y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=17 \\ y=8 \end{cases}$ (thỏa mãn). **Chọn A.**

Câu 93. Tìm cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $\dfrac{C_{x+1}^y}{6}=\dfrac{C_x^{y+1}}{5}=\dfrac{C_x^{y-1}}{2}.$

A. $(x;y)=(8;3)$. **B.** $(x;y)=(3;8)$.

C. $(x;y)=(-1;0)$. **D.** $(x;y)=(-1;0)$, $(x;y)=(8;3)$.

Lời giải. Điều kiện: $x\geq y+1$ và $x,y\in\mathbb{N}$.

- $\dfrac{C_{x+1}^y}{6}=\dfrac{C_x^{y+1}}{5} \Leftrightarrow 5.C_{x+1}^y=6.C_x^{y+1} \Leftrightarrow \dfrac{5(x+1)!}{y!(x+1-y)!}=\dfrac{6x!}{(y+1)!(x-y-1)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{5(x+1)}{(x-y)(x-y+1)}=\dfrac{6}{(y+1)} \Leftrightarrow 5(y+1)(x+1)=6(x-y)(x-y+1).$ (1)

- $\dfrac{C_x^{y+1}}{5}=\dfrac{C_x^{y-1}}{2} \Leftrightarrow 2.C_x^{y+1}=5.C_x^{y-1} \Leftrightarrow \dfrac{x!}{5.(y+1)!.(x-y-1)!}=\dfrac{x!}{2.(y-1)!.(x-y+1)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{5.y(y+1)}=\dfrac{1}{2.(x-y)(x-y+1)}$

$\Leftrightarrow 5.y(y+1)=2.(x-y)(x-y+1) \Leftrightarrow 15.y(y+1)=6.(x-y)(x-y+1).$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $\Leftrightarrow 5(y+1)(x+1)=15.y(y+1) \Leftrightarrow x+1=3y$. Thay vào (1), ta được

$\Leftrightarrow 15(y+1)y=6(2y-1)2y \Leftrightarrow 3y^2-9y=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \longrightarrow x=-1 \text{ (loại)} \\ y=3 \longrightarrow x=8 \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 94. Giải hệ phương trình $\begin{cases} C_y^x : C_{y+2}^x = \dfrac{1}{3} \\ C_y^x : A_y^x = \dfrac{1}{24} \end{cases}$.

A. $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}, \begin{cases} x=4 \\ y=8 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}$.

Lời giải. Điều kiện: $y \geq x$ và $x, y \in \mathbb{N}$.

Ta có $\begin{cases} C_y^x : C_{y+2}^x = \dfrac{1}{3} & (1) \\ C_y^x : A_y^x = \dfrac{1}{24} & (2) \end{cases}$.

Phương trình $(2) \Leftrightarrow \dfrac{C_y^x}{A_y^x} = \dfrac{1}{24} \Leftrightarrow 24C_y^x = A_y^x \Leftrightarrow 24.\dfrac{y!}{x!(y-x)!} = \dfrac{y!}{(y-x)!} \Leftrightarrow \dfrac{24}{x!} = 1 \Leftrightarrow x = 4$.

Thay $x=4$ vào (1), ta được $\dfrac{C_y^4}{C_{y+2}^4} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 3C_y^4 = C_{y+2}^4 \Leftrightarrow 3.\dfrac{y!}{4!.(y-4)!} = \dfrac{(y+2)!}{4!.(y-2)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3}{1} = \dfrac{(y+1)(y+2)}{(y-3)(y-2)} \Leftrightarrow y^2-9y+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1<4=x \text{ (loại)} \\ y=8>4=x \text{ (thỏa mãn)} \end{array}\right.$. **Chọn B.**

Câu 95. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2A_x^y + 5C_x^y = 90 \\ 5A_x^y - 2C_x^y = 80 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=20 \\ y=10 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$.

Lời giải. Điều kiện: $x \geq y$ và $x, y \in \mathbb{N}$.

Đặt $\begin{cases} u = A_x^y \\ v = C_x^y \end{cases}$, ta được $\begin{cases} 2u+5v=90 \\ 5u-2v=80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=20 \\ v=10 \end{cases}$.

Ta có $A_n^k = k!C_n^k \longrightarrow u = y!.v \Leftrightarrow 20 = y!.10 \Leftrightarrow y! = 2 \Leftrightarrow y = 2.$

Với $u=20$, suy ra $A_x^y = 20 \Leftrightarrow A_x^2 = 20 \Leftrightarrow \dfrac{x!}{(x-2)!} = 20 \Leftrightarrow (x-1)x = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-4 \text{ (loại)} \end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$. **Chọn A.**

❍ Bài 03

NHỊ THỨC NIU – TƠN

1. Nhị thức Niu-tơn

$$\left(a+b\right)^{n}=C_{n}^{0}a^{n}+C_{n}^{1}a^{n-1}b+...+C_{n}^{n-1}ab^{n-1}+C_{n}^{n}b^{n}$$
$$=\sum_{k=0}^{n}C_{n}^{k}a^{n-k}b^{k}.$$

2. Hệ quả

Với $a=b=1$, ta có $2^{n}=C_{n}^{0}+C_{n}^{1}+...+C_{n}^{n-1}+C_{n}^{n}$.

Với $a=1;\ b=-1$, ta có $0^{n}=C_{n}^{0}-C_{n}^{1}+\cdots+\left(-1\right)^{k}C_{n}^{k}+\cdots+\left(-1\right)^{n}C_{n}^{n}$.

3. Chú ý

Trong biểu thức ở vế phải của khai triển $\left(a+b\right)^{n}$

- Số các hạng tử là $n+1$;
- Các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0; số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n (quy ước $a^{0}=b^{0}=1$);
- Các hệ số của mỗi cặp hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối đều bằng nhau.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $\left(2x-x^{2}\right)^{10}$.

A. C_{10}^{8}. **B.** $C_{10}^{2}2^{8}$. **C.** C_{10}^{2}. **D.** $-C_{10}^{2}2^{8}$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(2x-x^{2}\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}.\left(2x\right)^{10-k}.\left(-x^{2}\right)^{k}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}.\left(2\right)^{10-k}.x^{10-k+2k}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}.\left(2\right)^{10-k}.x^{10+k}.$$

Hệ số của x^{12} ứng với $10+k=12\Leftrightarrow k=2\longrightarrow$ hệ số cần tìm $C_{10}^{2}2^{8}$. **Chọn B.**

Câu 2. Khai triển đa thức $P\left(x\right)=\left(5x-1\right)^{2007}$ ta được

$$P\left(x\right)=a_{2007}x^{2007}+a_{2006}x^{2006}+...+a_{1}x+a_{0}.$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a_{2000}=-C_{2007}^{7}.5^{7}$. **B.** $a_{2000}=C_{2007}^{7}.5^{7}$.

C. $a_{2000}=-C_{2007}^{2000}.5^{2000}$. **D.** $a_{2000}=C_{2007}^{7}.5^{7}$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(5x-1\right)^{2007}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^{k}.\left(5x\right)^{2017-k}.\left(-1\right)^{k}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^{k}.\left(5\right)^{2017-k}.\left(-1\right)^{k}.x^{2017-k}.$$

Hệ số của x^{2000} ứng với $2017-k=2000\Leftrightarrow k=7$

$\longrightarrow$ hệ số cần tìm $-C_{2017}^{7}.\left(5\right)^{2000}=-C_{2007}^{2000}.5^{2000}$. **Chọn C.**

Câu 3. Đa thức $P\left(x\right)=32x^{5}-80x^{4}+80x^{3}-40x^{2}+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $\left(1-2x\right)^{5}$. **B.** $\left(1+2x\right)^{5}$. **C.** $\left(2x-1\right)^{5}$. **D.** $\left(x-1\right)^{5}$.

Lời giải. Nhận thấy $P(x)$ có dấu đan xen nên loại đáp án B.

Hệ số của x^5 bằng 32 nên loại đáp án D và còn lại hai đáp án A và C thì chỉ có C phù hợp (vì khai triển số hạng đầu tiên của đáp án C là $32x^5$.) **Chọn C.**

Câu 4. Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^{13}$.

A. $-C_{13}^4x^7$. **B.** $-C_{13}^3$. **C.** $-C_{13}^3x^7$. **D.** $C_{13}^3x^7$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^{13}=\sum_{k=0}^{13}C_{13}^k.x^{13-k}.\left(-\frac{1}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{13}C_{13}^k.(-1)^k.x^{13-2k}.$$

Hệ số của x^7 ứng với $13-2k=7\Leftrightarrow k=3\longrightarrow$ số hạng cần tìm $-C_{13}^3x^7$. **Chọn C.**

Câu 5. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x+\dfrac{1}{2x}\right)^9$.

A. $-\dfrac{1}{8}C_9^3x^3$. **B.** $\dfrac{1}{8}C_9^3x^3$. **C.** $-C_9^3x^3$. **D.** $C_9^3x^3$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x+\frac{1}{2x}\right)^9=\sum_{k=0}^{9}C_9^k.x^{9-k}.\left(\frac{1}{2x}\right)^k=\sum_{k=0}^{9}C_9^k.\left(\frac{1}{2}\right)^k.x^{9-2k}.$$

Hệ số của x^3 ứng với $9-2k=3\Leftrightarrow k=3\longrightarrow$ số hạng cần tìm $\dfrac{1}{8}C_9^3x^3$. **Chọn B.**

Câu 6. Tìm số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^{40}$.

A. $-C_{40}^{37}x^{31}$. **B.** $C_{40}^{37}x^{31}$. **C.** $C_{40}^2x^{31}$. **D.** $C_{40}^4x^{31}$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{40}=\sum_{k=0}^{40}C_{40}^k.x^{40-k}.\left(\frac{1}{x^2}\right)^k=\sum_{k=0}^{40}C_{40}^k.x^{40-3k}.$$

Hệ số của x^{31} ứng với $40-3k=31\Leftrightarrow k=3\longrightarrow$ số hạng cần tìm $C_{40}^{37}x^{31}$. **Chọn B.**

Câu 7. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$.

A. $2^4C_6^2$. **B.** $2^2C_6^2$. **C.** $-2^4C_6^4$. **D.** $-2^2C_6^4$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k.\left(x^2\right)^{6-k}.\left(\frac{2}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{6}C_6^k.(2)^k.x^{12-3k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $12-3k=0\Leftrightarrow k=4$

$\longrightarrow$ số hạng cần tìm $C_6^4.2^4=2^4C_6^2$. **Chọn A.**

Câu 8. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(xy^2-\dfrac{1}{xy}\right)^8$.

A. $70y^4$. **B.** $60y^4$. **C.** $50y^4$. **D.** $40y^4$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(xy^2-\frac{1}{xy}\right)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k.\left(xy^2\right)^{8-k}.\left(-\frac{1}{xy}\right)^k=\sum_{k=0}^{8}C_8^k.(-1)^k.x^{8-2k}.y^{16-3k}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $8-2k=0\Leftrightarrow k=4$

$\longrightarrow$ số hạng cần tìm $C_8^4 y^4 = 70y^4$. **Chọn A.**

Câu 9. Tìm số hạng chứa x^3y trong khai triển $\left(xy+\frac{1}{y}\right)^5$.

A. $3x^3y$. **B.** $5x^3y$. **C.** $10x^3y$. **D.** $4x^3y$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(xy+\frac{1}{y}\right)^5 = \sum_{k=0}^{5} C_5^k.(xy)^{5-k}.\left(\frac{1}{y}\right)^k = \sum_{k=0}^{5} C_5^k.x^{5-k}.y^{5-2k}.$$

Hệ số của x^3y ứng với $\begin{cases}5-k=3\\5-2k=1\end{cases} \Leftrightarrow k=2 \longrightarrow$ số hạng cần tìm $C_5^2x^3y = 10x^3y$.

Chọn C.

Câu 10. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^{3n+1}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2$.

A. $210x^6$. **B.** $120x^6$. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải. Từ phương trình $3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2 \longrightarrow n = 3$.

Với $n=3$, ta có $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^{3n+1} = \left(\frac{1}{x}+x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k.\left(\frac{1}{x}\right)^{10-k}.\left(x^3\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{4k-10}$.

Hệ số của x^6 ứng với $4k-10=6 \Leftrightarrow k=4 \longrightarrow$ hệ số cần tìm $C_{10}^4 = 210$. **Chọn D.**

Câu 11. Tìm hệ số của x^9 trong khai triển $\left(1-\sqrt{3}x\right)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $\frac{2}{C_n^2}+\frac{14}{3C_n^3}=\frac{1}{n}$.

A. $-C_{18}^9\left(\sqrt{3}\right)^9$. **B.** $-C_{18}^9\left(\sqrt{3}\right)^9x^9$. **C.** $C_{18}^9\left(\sqrt{3}\right)^9x^9$. **D.** $C_{18}^9\left(\sqrt{3}\right)^9$.

Lời giải. Từ phương trình $\frac{2}{C_n^2}+\frac{14}{3C_n^3}=\frac{1}{n} \longrightarrow n=9$.

Với $n=9$, ta có $\left(1-\sqrt{3}x\right)^{2n} = \left(1-\sqrt{3}x\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k.\left(-\sqrt{3}x\right)^k = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k.\left(-\sqrt{3}\right)^k.x^k$.

Hệ số của x^9 ứng với $k=9 \longrightarrow$ hệ số cần tìm $-C_{18}^9\left(\sqrt{3}\right)^9$. **Chọn A.**

Câu 12. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$.

A. $-C_{16}^{12}.2^4.3^{12}$. **B.** $C_{16}^0.2^{16}$. **C.** $C_{16}^{12}.2^4.3^{12}$. **D.** $C_{16}^{16}.2^0$.

Lời giải. Từ phương trình $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2 \longrightarrow n=8$.

Với $n=8$, ta có

$$\left(2x-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n} = \left(2x-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{16} = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k.(2x)^{16-k}.\left(-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{16} C_{16}^k.2^{16-k}.(-3)^k.x^{16-\frac{4k}{3}}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $16-\frac{4k}{3}=0 \Leftrightarrow k=12$

$\longrightarrow$ số hạng cần tìm $C_{16}^{12}.2^4.3^{12}$. **Chọn C.**

Câu 13. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(3x^2-\frac{2}{x}\right)^n$ với $x\neq 0$, biết hệ số của số hạng thứ ba trong khai triển bằng 1080.

A. 1080. **B.** -810. **C.** 810. **D.** 1080.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(3x^2-\frac{2}{x}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.\left(3x^2\right)^{n-k}.\left(-\frac{2}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.3^{n-k}\left(-2\right)^k.x^{2n-3k}.$$

Số hạng thứ 3 ứng với $k=2$, kết hợp với giả thiết ta có

$$C_n^2.3^{n-2}.4=1080\Leftrightarrow n\left(n-1\right).3^n=4.5.3^5\Leftrightarrow n=5.$$

Hệ số của x^7 ứng với $2n-3k=7\Leftrightarrow 10-3k=7\Leftrightarrow k=1$

$\longrightarrow$ hệ số cần tìm $C_5^1 3^4\left(-2\right)=-810$. **Chọn B.**

Câu 14. Tìm số tự nhiên n, biết hệ số của số hạng thứ 3 theo số mũ giảm dần của x trong khai triển $\left(x-\frac{1}{3}\right)^n$ bằng 4.

A. 8. **B.** 17. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x-\frac{1}{3}\right)^n=C_n^0x^n+C_n^1\left(-\frac{1}{3}\right)x^{n-1}+C_n^2\left(-\frac{1}{3}\right)^2x^{n-2}+\ldots+C_n^n\left(-\frac{1}{3}\right)^n.$$

$\longrightarrow$ số hạng thứ 3 theo số mũ giảm dần của x là $C_n^2\left(-\frac{1}{3}\right)^2x^{n-2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow C_n^2\left(-\frac{1}{3}\right)^2=4\Leftrightarrow\frac{n!}{2!(n-2)!}.\frac{1}{9}=4\longrightarrow n=9$.

Do $n\in\mathbb{N}$ nên ta chọn $n=9$ thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 15. Tìm số hạng đứng giữa trong khai triển $\left(x^3+xy\right)^{21}$.

A. $C_{21}^{10}x^{40}y^{10}$. **B.** $C_{21}^{10}x^{43}y^{10}$.

C. $C_{21}^{11}x^{41}y^{11}$. **D.** $C_{21}^{10}x^{43}y^{10}$; $C_{21}^{11}x^{41}y^{11}$.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(x^3+xy\right)^{21}=\sum_{k=0}^{21}C_{21}^k.\left(x^3\right)^{21-k}.\left(xy\right)^k=\sum_{k=0}^{21}C_{21}^k.x^{63-2k}.y^k.$$

Suy ra khai triển $\left(x^3+xy\right)^{21}$ có 22 số hạng nên có hai số hạng đứng giữa là số hạng thứ 11 (ứng với $k=10$) và số hạng thứ 12 (ứng với $k=11$).

Vậy hai số hạng đứng giữa cần tìm là $C_{21}^{10}x^{43}y^{10}$; $C_{21}^{11}x^{41}y^{11}$. **Chọn D.**

Câu 16. Tính tổng S tất cả các hệ số trong khai triển $\left(3x-4\right)^{17}$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=8192$.

Lời giải. Tính tổng các hệ số trong khai triển $\longrightarrow$ cho $x=1$.

Khi đó $S=\left(3.1-4\right)^{17}=-1$. **Chọn B.**

Câu 17. Khai triển đa thức $P\left(x\right)=\left(2x-1\right)^{1000}$ ta được

$$P\left(x\right)=a_{1000}x^{1000}+a_{999}x^{999}+\ldots+a_1x+a_0.$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=2^n$. **B.** $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=2^n-1$.
C. $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=1$. **D.** $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=0$.

Lời giải. Ta có $P(x)=a_{1000}x^{1000}+a_{999}x^{999}+...+a_1x+a_0$.

Cho $x=1$ ta được $P(1)=a_{1000}+a_{999}+...+a_1+a_0$.

Mặt khác $P(x)=(2x-1)^{1000}\longrightarrow P(1)=(2.1-1)^{1000}=1$.

Từ đó suy ra $a_{1000}+a_{999}+...+a_1+a_0=1\longrightarrow a_{1000}+a_{999}+...+a_1=1-a_0$.

Mà là số hạng không chứa x trong khai triển $P(x)=(2x-1)^{1000}$ nên

$$a_0=C_{1000}^{1000}(2x)^0(-1)^{1000}=C_{1000}^{1000}=1.$$

Vậy $a_{1000}+a_{999}+...+a_1=0$. **Chọn D.**

Câu 18. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=x(1-2x)^5+x^2(1+3x)^{10}$.

A. 80. **B.** 3240. **C.** 3320. **D.** 259200.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$x(1-2x)^5=x.\sum_{k=0}^{5}C_5^k.(-2x)^{5-k}=\sum_{k=0}^{5}C_5^k.(-2)^{5-k}.x^{6-k}.$$

$\longrightarrow$ số hạng chứa x^5 tương ứng với $6-k=5\Leftrightarrow k=1$.

Tương tự, ta có $x^2(1+3x)^{10}=x^2.\sum_{l=0}^{10}C_{10}^l.(3x)^{10-l}=\sum_{l=0}^{10}C_{10}^l.3^{10-l}.x^{12-l}$.

$\longrightarrow$ số hạng chứa x^5 tương ứng với $12-l=5\Leftrightarrow l=7$.

Vậy hệ số của x^5 cần tìm $P(x)$ là $C_5^1.(2)^4+C_{10}^7.3^3=3320$. **Chọn C.**

Câu 19. Tìm hệ số chứa x^{10} trong khai triển $f(x)=\left(\frac{1}{4}x^2+x+1\right)^2(x+2)^{3n}$ với n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức $A_n^3+C_n^{n-2}=14n$.

A. $2^5C_{19}^{10}$. **B.** $2^5C_{19}^{10}x^{10}$. **C.** $2^9C_{19}^{10}$. **D.** $2^9C_{19}^{10}x^{10}$.

Lời giải. Từ phương trình $A_n^3+C_n^{n-2}=14n\longrightarrow n=5$.

Với $n=5$, ta có $f(x)=\left(\frac{1}{4}x^2+x+1\right)^2(x+2)^{3n}=\frac{1}{16}(x+2)^4(x+2)^{15}=\frac{1}{16}(x+2)^{19}$.

Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có $f(x)=\frac{1}{16}(x+2)^{19}=\frac{1}{16}\sum_{k=0}^{19}C_{19}^k.2^k.x^{19-k}$.

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển tương ứng với $19-k=10\Leftrightarrow k=9$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển là $\frac{1}{16}C_{19}^{10}2^9=2^5C_{19}^{10}$. **Chọn A.**

Câu 20. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $P(x)=(1-x-3x^3)^n$ với n là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức $C_n^{n-2}+6n+5=A_{n+1}^2$.

A. 210. **B.** 840. **C.** 480. **D.** 270.

Lời giải. Từ phương trình $C_n^{n-2}+6n+5=A_{n+1}^2\longrightarrow n=10$.

Với $n=10$, khi đó $P(x)=(1-x-3x^3)^n=(1-x-3x^3)^{10}$.

Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$P(x)=(1-x-3x^3)^{10}=\left[1-(x+3x^3)\right]^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k(-1)^k(x+3x^3)^k$$

$$=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}\left(-1\right)^{k}x^{k}\left(1+3x^{2}\right)^{k}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}\sum_{l=0}^{k}C_{k}^{l}\left(-1\right)^{k}3^{l}x^{k+2l}.$$

Số hạng chứa x^4 trong khai triển tương ứng với $\begin{cases}k+2l=4\\0\le k\le 10\\0\le l\le k\end{cases}\Leftrightarrow (k;l)=\{(4;0),(2;1)\}$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là $C_{10}^4C_4^0+C_{10}^2C_2^1 3=480$. **Chọn C.**

Câu 21. Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển $\left(1+x+x^2+x^3\right)^5$.

A. 5. **B.** 50. **C.** 101. **D.** 105.

Lời giải. Theo khai triển nhị thức Niu-tơn, ta có

$$\left(1+x+x^2+x^3\right)^5=\left(1+x\right)^5\left(1+x^2\right)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k x^k.\sum_{l=0}^{5}C_5^l\left(x^2\right)^l=\sum_{k=0}^{5}C_5^k.\sum_{l=0}^{5}C_5^l.x^{k+2l}.$$

Số hạng chứa x^{10} trong khai triển tương ứng với $k+2l=10\Leftrightarrow k=10-2l$.

Kết hợp với điều kiện ta có hệ $\begin{cases}k+2l=10\\0\le k\le 5,\ 0\le l\le 5\\k,l\in\mathbb{N}\end{cases}\Leftrightarrow (k;l)=\{(0;5),(2;4),(4;3)\}$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_5^0.C_5^5+C_5^2.C_5^4+C_5^4.C_5^3=101$. **Chọn C.**

Câu 22. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=(1+x)+2(1+x)^2+...+8(1+x)^8$.

A. 630. **B.** 635. **C.** 636. **D.** 637.

Lời giải. Các biểu thức $(1+x)$, $(1+x)^2,\cdots,(1+x)^4$ không chứa số hạng chứa x^5.

Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $5(1+x)^5$ là $5C_5^5$.

Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $6(1+x)^6$ là $6C_6^5$.

Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $7(1+x)^7$ là $7C_7^5$.

Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $8(1+x)^8$ là $8C_8^5$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)$ là $5C_5^5+6C_6^5+7C_7^5+8C_8^5=636$. **Chọn C.**

Câu 23. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $C_{2n}^0+C_{2n}^1+...+C_{2n}^n=C_{2n}^{n+1}+C_{2n}^{n+2}+...+C_{2n}^{2n}$.

B. $C_{2n}^0+C_{2n}^1+...+C_{2n}^{n-1}=C_{2n}^{n+1}+C_{2n}^{n+2}+...+C_{2n}^{2n}$.

C. $C_{2n}^0+C_{2n}^1+...+C_{2n}^{n-2}=C_{2n}^{n+1}+C_{2n}^{n+2}+...+C_{2n}^{2n}$.

D. $C_{2n}^0+C_{2n}^1+...+C_{2n}^{n+1}=C_{2n}^{n+1}+C_{2n}^{n+2}+...+C_{2n}^{2n}$.

Lời giải. Áp dụng công thức $C_n^k=C_n^{n-k}$, ta có $\begin{cases}C_{2n}^0=C_{2n}^{2n}\\C_{2n}^1=C_{2n}^{2n-1}\\\dots\\C_{2n}^{n-1}=C_{2n}^{n+1}\end{cases}$.

Cộng vế theo vế, ta được $C_{2n}^0+C_{2n}^1+...+C_{2n}^{n-1}=C_{2n}^{n+1}+C_{2n}^{n+2}+...+C_{2n}^{2n}$. **Chọn B.**

Câu 24. Tính tổng $S=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n$.

A. $S=2^n-1$. **B.** $S=2^n$. **C.** $S=2^{n-1}$. **D.** $S=2^n+1$.

Lời giải. Khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+x)^n$, ta có

$$(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\cdots+C_n^nx^n.$$

Cho $x=1$, ta được $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=(1+1)^n=2^n$. **Chọn B.**

Câu 25. Tính tổng $S=C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+...+C_{2n}^{2n}$.

A. $S=2^{2n}$. **B.** $S=2^{2n}-1$. **C.** $S=2^n$. **D.** $S=2^{2n}+1$.

Lời giải. Khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+x)^{2n}$, ta có

$$(1+x)^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1x+C_{2n}^2x^2+\cdots+C_{2n}^{2n}x^{2n}.$$

Cho $x=1$, ta được $C_{2n}^0+C_{2n}^1+C_{2n}^2+\cdots+C_{2n}^{2n}=(1+1)^{2n}=2^{2n}$. **Chọn A.**

Câu 26. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^2+...+C_{2n+1}^n=2^{20}-1$.

A. $n=8$. **B.** $n=9$. **C.** $n=10$. **D.** $n=11$.

Lời giải. Ta có $(1+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+...+C_{2n+1}^{2n+1}$. (1)

Lại có $C_{2n+1}^0=C_{2n+1}^{2n+1}$; $C_{2n+1}^1=C_{2n+1}^{2n}$; $C_{2n+1}^2=C_{2n+1}^{2n-1}$; ...; $C_{2n+1}^n=C_{2n+1}^{n+1}$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+...+C_{2n+1}^n=\dfrac{2^{2n+1}}{2}$

$\Leftrightarrow C_{2n+1}^1+...+C_{2n+1}^n=2^{2n}-1\Leftrightarrow 2^{20}-1=2^{2n}-1\Leftrightarrow n=10$.

Vậy $n=10$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

Câu 27. Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$.

A. $n=5$. **B.** $n=9$. **C.** $n=10$. **D.** $n=4$.

Lời giải. Xét khai triển $(x+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^0x^{2n+1}+C_{2n+1}^1x^{2n}+...+C_{2n+1}^{2n+1}$.

Cho $x=1$, ta được $2^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+...+C_{2n+1}^{2n+1}$. (1)

Cho $x=-1$, ta được $0=-C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1-...+C_{2n+1}^{2n+1}$. (2)

Cộng (1) và (2) vế theo vế, ta được

$2^{2n+1}=2\left(C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}\right)\Leftrightarrow 2^{2n+1}=2.1024\Leftrightarrow n=5$. **Chọn A.**

Câu 28. Tính tổng $S=C_n^0+3C_n^1+3^2C_n^3+...+3^nC_n^n$.

A. $S=3^n$. **B.** $S=2^n$. **C.** $S=3.2^n$. **D.** $S=4^n$.

Lời giải. Khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+x)^n$, ta có

$$(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\cdots+C_n^nx^n.$$

Cho $x=3$, ta được $C_n^0+3C_n^1+3^2C_n^3+...+3^nC_n^n=(1+3)^n=4^n$. **Chọn D.**

Câu 29. Khai triển đa thức $P(x)=(1+2x)^{12}=a_0+a_1x+...+a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k $(0\le k\le 12)$ lớn nhất trong khai triển trên.

A. $C_{12}^8 2^8$. **B.** $C_{12}^9 2^9$. **C.** $C_{12}^{10} 2^{10}$. **D.** $1+C_{12}^8 2^8$.

Lời giải. Khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+2x)^{12}$, ta có

$$(1+2x)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k(2x)^k=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k2^kx^k.$$

Suy ra $a_k=C_{12}^k2^k$.

Hệ số a_k lớn nhất khi $\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\ a_k\ge a_{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^kC_{12}^k\ge 2^{k+1}C_{12}^{k+1}\\ 2^kC_{12}^k\ge 2^{k-1}C_{12}^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{12-k}\ge\dfrac{2}{k+1}\\ \dfrac{2}{k}\ge\dfrac{1}{12-k+1}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{23}{3}\le k\le\dfrac{26}{3}$.

$\xrightarrow[k\in\mathbb{N}]{0\le k\le 12} k=8$. Vậy hệ số lớn nhất là $a_8=C_{12}^8 2^8$. **Chọn A.**

Câu 30. Khai triển đa thức $P(x)=\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x\right)^{10}=a_0+a_1x+...+a_9x^9+a_{10}x^{10}$. Tìm hệ số a_k $(0\le k\le 10)$ lớn nhất trong khai triển trên.

A. $1+\frac{2^7}{3^{10}}C_{10}^7$. **B.** $\frac{2^7}{3^{10}}C_{10}^7$. **C.** $\frac{2^6}{3^{10}}C_{10}^6$. **D.** $\frac{2^8}{3^{10}}C_{10}^8$.

Lời giải. Khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x\right)^{10}$, ta có

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(\frac{1}{3}\right)^{10-k}\left(\frac{2}{3}x\right)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(\frac{1}{3}\right)^{10-k}\left(\frac{2}{3}\right)^k x^k.$$

Suy ra $a_k=C_{10}^k\left(\frac{1}{3}\right)^{10-k}\left(\frac{2}{3}\right)^k$.

Giả sử a_k là hệ số lớn nhất, khi đó $\begin{cases}a_k\ge a_{k+1}\\ a_k\ge a_{k-1}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}C_{10}^k\left(\frac{1}{3}\right)^{10-k}\left(\frac{2}{3}\right)^k\ge C_{10}^{k+1}\left(\frac{1}{3}\right)^{10-(k+1)}\left(\frac{2}{3}\right)^{k+1}\\ C_{10}^k\left(\frac{1}{3}\right)^{10-k}\left(\frac{2}{3}\right)^k\ge C_{10}^{k-1}\left(\frac{1}{3}\right)^{10-(k-1)}\left(\frac{2}{3}\right)^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\ge\frac{19}{3}\\ k\le\frac{22}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\frac{19}{3}\le k\le\frac{22}{3}\xrightarrow[k\in\mathbb{N}]{0\le k\le 10} k=7.$$

Vậy hệ số lớn nhất là $a_7=\frac{2^7}{3^{10}}C_{10}^7$. **Chọn B.**

○ Bài 04

BIẾN CỐ & XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

I – Biến cố

1. Phép thử và không gian mẫu

Phép thử ngẫu nhiên (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà:

- Kết quả của nó không đoán trước được.
- Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Tập hợp mọi kết quả của một phép thử T được gọi là không gian mẫu của T và được kí hiệu là Ω Số phần tử của không gian mẫu được kí hiệu là $n(\Omega)$ hay $|\Omega|$.

2. Biến cố

Biến cố A liên quan đến phép thử T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tùy thuộc vào kết quả của T.

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho A.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A.

II – Xác suất

Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là một tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì xác suất của A là một số , kí hiệu là $P(A)$, được xác định bởi công thức

$$\boxed{P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{n(A)}{n(\Omega)}.}$$

Từ định nghĩa, suy ra $0\le P(A)\le 1,\quad P(\Omega)=1,\quad P(\varnothing)=0.$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Gieo một đồng tiền cân đối và đồng chất bốn lần. Xác suất để cả bốn lần xuất hiện mặt sấp là?

A. $\frac{4}{16}$. **B.** $\frac{2}{16}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{6}{16}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=2.2.2.2=16$.

Gọi A là biến cố "Cả bốn lần gieo xuất hiện mặt sấp" $\longrightarrow |\Omega_A|=1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{1}{16}$. **Chọn C.**

Câu 2. Gieo một con súc sắc hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là?

A. $\frac{12}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{6}{36}$. **D.** $\frac{8}{36}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=6.6=36$.

Gọi A là biến cố "Ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm". Để tìm số phần tử của biến cố A, ta đi tìm số phần tử của biến cố đối $\overline{A}$ là "Không xuất hiện mặt sáu chấm" $\longrightarrow \left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 5.5 = 25 \longrightarrow \left|\Omega_A\right| = 36 - 25 = 11.$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{11}{36}$. **Chọn B.**

Câu 3. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Tính xác suất để biến cố có tổng hai mặt bằng 8.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36.$

Gọi A là biến cố "Số chấm trên mặt hai lần gieo có tổng bằng 8 ".

Gọi số chấm trên mặt khi gieo lần một là x, số chấm trên mặt khi gieo lần hai là y.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} 1 \le x \le 6 \\ 1 \le y \le 6 \\ x + y = 8 \end{cases} \Rightarrow (x;y) = \{(2;6), (3;5), (4;4), (6;2), (5;3), (4;4)\}.$

Khi đó số kết quả thuận lợi của biến cố là $\left|\Omega_A\right| = 6.$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$. **Chọn A.**

Câu 4. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tích 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. $0,25$. **B.** $0,5$. **C.** $0,75$. **D.** $0,85$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6 = 36.$

Gọi A là biến cố "Tích hai lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn". Ta xét các trường hợp:

TH1. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số lẻ thì khi gieo lần hai, số chấm xuất hiện phải là số chẵn. Khi đó có $3.3 = 9$ cách gieo.

TH2. Gieo lần một, số chấm xuất hiện trên mặt là số chẵn thì có hai trường hợp xảy ra là số chấm xuất hiện trên mặt khi gieo lần hai là số lẻ hoặc số chẵn. Khi đó có $3.3 + 3.3 = 18$ cách gieo.

Suy ra số kết quả thuận lợi cho biến cố là $\left|\Omega_A\right| = 9 + 18 = 27.$

Vậy xác suất cần tìm tính $P(A) = \dfrac{27}{36} = 0,75$. **Chọn C.**

Câu 5. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\dfrac{12}{216}$. **B.** $\dfrac{1}{216}$. **C.** $\dfrac{6}{216}$. **D.** $\dfrac{3}{216}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 6.6.6 = 36.$

Gọi A là biến cố "Số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $(1;1;1)$, $(2;2;2)$, $(3;3;3)$, $\cdots$,$(6;6;6)$.

Suy ra $\left|\Omega_A\right| = 6.$

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{6}{216}$. **Chọn C.**

Câu 6. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Lời giải. Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^{4} = 715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

• **TH1:** Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3C_5^1$ cách.

• **TH2:** Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^3C_5^1 + C_8^4 = 350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{350}{715} = \frac{70}{143}$. **Chọn A.**

Câu 7. Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\frac{313}{408}$. **B.** $\frac{95}{408}$. **C.** $\frac{5}{102}$. **D.** $\frac{25}{136}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp chứa 18 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{18}^{5} = 8568$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn có đủ màu và số bi đỏ bằng số bi vàng". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

• **TH1:** Chọn 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 3 bi xanh nên có $C_6^1.C_7^1.C_5^3$ cách.

• **TH2:** Chọn 2 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_6^2.C_7^2.C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_6^1.C_7^1.C_5^3 + C_6^2.C_7^2.C_5^1 = 1995$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1995}{8568} = \frac{95}{408}$. **Chọn B.**

Câu 8. Một hộp có 5 viên bi đỏ, 3 viên bi vàng và 4 viên bi xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 viên bị, tính xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{16}{33}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp chứa 12 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^{4} = 495$.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi đỏ lớn hơn số bi vàng và nhất thiết phải có mặt bi xanh". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

• **TH1:** Chọn 1 bi đỏ và 3 bi xanh nên có $C_5^1.C_4^3$ cách.

• **TH2:** Chọn 2 bi đỏ và 2 bi xanh nên có $C_5^2C_4^2$ cách.

• **TH3:** Chọn 3 bi đỏ và 1 bi xanh nên có $C_5^3.C_4^1$ cách.

• **TH4:** Chọn 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh nên có $C_5^2C_3^1C_4^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^1.C_4^3 + C_5^2C_4^2 + C_5^3.C_4^1 + C_5^2C_3^1C_4^1 = 240$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{240}{495}=\frac{16}{33}$. **Chọn C.**

Câu 9. Có 3 bó hoa. Bó thứ nhất có 8 hoa hồng, bó thứ hai có 7 bông hoa ly, bó thứ ba có 6 bông hoa huệ. Chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa trên để cắm vào lọ hoa, tính xác suất để trong 7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly.

A. $\frac{3851}{4845}$. **B.** $\frac{1}{71}$. **C.** $\frac{36}{71}$. **D.** $\frac{994}{4845}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 7 hoa từ ba bó hoa gồm 21 hoa. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{21}^{7}=116280$.

Gọi A là biến cố "7 hoa được chọn có số hoa hồng bằng số hoa ly". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- **TH1:** Chọn 1 hoa hồng, 1 hoa ly và 5 hoa huệ nên có $C_8^1.C_7^1.C_6^5$ cách.
- **TH2:** Chọn 2 hoa hồng, 2 hoa ly và 3 hoa huệ nên có $C_8^2.C_7^2.C_6^3$ cách.
- **TH3:** Chọn 3 hoa hồng, 3 hoa ly và 1 hoa huệ nên có $C_8^3.C_7^3.C_6^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_8^1.C_7^1.C_6^5+C_8^2.C_7^2.C_6^3+C_8^3.C_7^3.C_6^1=23856$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{23856}{116280}=\frac{994}{4845}$. **Chọn D.**

Câu 10. Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12.

A. $\frac{57}{286}$. **B.** $\frac{24}{143}$. **C.** $\frac{27}{143}$. **D.** $\frac{229}{286}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{13}^{3}=286$.

Gọi A là biến cố " 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và khối 12 ". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

- **TH1:** Chọn 1 học sinh khối 11; 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1C_8^1C_3^1=48$ cách.
- **TH2:** Chọn 1 học sinh khối 11; 2 học sinh nữ khối 12 có $C_2^1C_3^2=6$ cách.
- **TH3:** Chọn 2 học sinh khối 11; 1 học sinh nữ khối 12 có $C_2^2C_3^1=3$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=48+6+3=57$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{57}{286}$. **Chọn A.**

Câu 11. Một chiếc hộp đựng 7 viên bi màu xanh, 6 viên bi màu đen, 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên ra 4 viên bi, tính xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi cùng màu.

A. $\frac{2808}{7315}$. **B.** $\frac{185}{209}$. **C.** $\frac{24}{209}$. **D.** $\frac{4507}{7315}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ 22 viên bi đã cho. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{22}^{4}=7315$.

Gọi A là biến cố "Lấy được 4 viên bi trong đó có ít nhất hai viên bi cùng màu". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là lấy được 4 viên bi trong đó không có hai viên bi nào cùng màu.
Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_7^1 C_6^1 C_5^1 C_4^1 = 840$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = |\Omega| - |\Omega_{\overline{A}}| = 6475$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{6475}{7315} = \dfrac{185}{209}$. **Chọn B.**

Câu 12. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong hộp, lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 1 quả cầu trong các quả cầu còn lại. Tính xác suất để kết quả của hai lần lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\dfrac{14}{95}$. **B.** $\dfrac{48}{95}$. **C.** $\dfrac{47}{95}$. **D.** $\dfrac{81}{95}$.

Lời giải. Không gian mẫu là lấy 2 quả cầu trong hộp một cách lần lượt ngẫu nhiên.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^1.C_{19}^1$.

Gọi A biến cố "2 quả cầu được lấy cùng màu". Ta có các trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

● **TH1:** Lần thứ nhất lấy quả màu trắng và lần thứ hai cũng màu trắng.
Do đó trường hợp này có $C_8^1.C_7^1$ cách.

● **TH2:** Lần thứ nhất lấy quả màu đen và lần thứ hai cũng màu đen.
Do đó trường hợp này có $C_{12}^1.C_{11}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_8^1.C_7^1 + C_{12}^1.C_{11}^1}{C_{20}^1.C_{19}^1} = \dfrac{47}{95}$. **Chọn C.**

Câu 13. Một hộp chứa 12 viên bi kích thước như nhau, trong đó có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5; có 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 và 3 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 3. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, tính xác suất để 2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số.

A. $\dfrac{8}{33}$. **B.** $\dfrac{14}{33}$. **C.** $\dfrac{29}{66}$. **D.** $\dfrac{37}{66}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số sách lấy tùy ý 2 viên từ hộp chứa 12 viên bi.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{12}^2 = 66$.

Gọi A là biến cố "2 viên bi được lấy vừa khác màu vừa khác số".

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi đỏ là $4.4 = 16$ cách (do số bi đỏ ít hơn nên ta lấy trước, có 4 cách lấy bi đỏ. Tiếp tục lấy bi xanh nhưng không lấy viên trùng với số của bi đỏ nên có 4 cách lấy bi xanh).

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi xanh và 1 bi vàng là $3.4 = 12$ cách.

● Số cách lấy 2 viên bi gồm: 1 bi đỏ và 1 bi vàng là $3.3 = 9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 16 + 12 + 9 = 37$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{37}{66}$. **Chọn D.**

Câu 14. Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, tính xác suất để 6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu.

A. $\frac{810}{1001}$. **B.** $\frac{191}{1001}$. **C.** $\frac{4}{21}$. **D.** $\frac{17}{21}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp chứa 14 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{14}^6 = 3003$.

Gọi A là biến cố "6 viên bi được lấy ra có đủ cả ba màu". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$ tức là 6 viên bi lấy ra không có đủ ba màu như sau:

• **TH1:** Chọn 6 viên bi chỉ có một màu (chỉ chọn được màu vàng).
Do đó trường hợp này có $C_6^6 = 1$ cách.

• **TH2:** Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và đỏ, có C_8^6 cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu đỏ và vàng, có $C_{11}^6 - C_6^6$ cách.

Chọn 6 viên bi có đúng hai màu xanh và vàng, có $C_9^6 - C_6^6$ cách.

Do đó trường hợp này có $C_8^6 + \left(C_{11}^6 - C_6^6\right) + \left(C_9^6 - C_6^6\right) = 572$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $\left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 1 + 572 = 573$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = |\Omega| - \left|\Omega_{\overline{A}}\right| = 3003 - 573 = 2430$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{\left|\Omega_A\right|}{|\Omega|} = \frac{2430}{3003} = \frac{810}{1001}$. **Chọn A.**

Câu 15. Trong một hộp có 50 viên bi được đánh số từ 1 đến 50. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{816}{1225}$. **B.** $\frac{409}{1225}$. **C.** $\frac{289}{1225}$. **D.** $\frac{936}{1225}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 50 viên bi. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{50}^3 = 19600$.

Gọi A là biến cố "3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3". Trong 50 viên bi được chia thành ba loại gồm: 16 viên bi có số chia hết cho 3; 17 viên bi có số chia cho 3 dư 1 và 17 viên bi còn lại có số chia cho 3 dư 2. Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A, ta xét các trường hợp

• **TH1:** 3 viên bi được chọn cùng một loại, có $\left(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3\right)$ cách.

• **TH2:** 3 viên bi được chọn có mỗi viên mỗi loại, có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right| = \left(C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{17}^3\right) + C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1 = 6544$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{\left|\Omega_A\right|}{|\Omega|} = \frac{6544}{19600} = \frac{409}{1225}$. **Chọn B.**

Câu 16. Cho tập hợp $A = \{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp các số có 3 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{23}{25}$. **C.** $\frac{2}{25}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải. Gọi số cần tìm của tập S có dạng $\overline{abc}$. Trong đó $\begin{cases} a,b,c \in A \\ a \neq 0 \\ a \neq b; b \neq c; c \neq a \end{cases}$.

Khi đó

- Số cách chọn chữ số a có 5 cách chọn vì $a \neq 0$.
- Số cách chọn chữ số b có 5 cách chọn vì $b \neq a$.
- Số cách chọn chữ số c có 4 cách chọn vì $c \neq a$ và $c \neq b$.

Do đó tập S có $5.5.4 = 100$ phần tử.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{100}^{1} = 100$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số cuối gấp đôi chữ số đầu". Khi đó ta có các bộ số là $\overline{1b2}$ hoặc $\overline{2b4}$ thỏa mãn biến cố X và cứ mỗi bộ thì b có 4 cách chọn nên có tất cả 8 số thỏa yêu cầu.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 8$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{8}{100} = \dfrac{2}{25}$. **Chọn C.**

Câu 17. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{35}$. **C.** $\dfrac{17}{35}$. **D.** $\dfrac{18}{35}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $A_7^4 = 840$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{840}^{1} = 840$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ".

- Số cách chọn hai chữ số chẵn từ bốn chữ số $2; 4; 6; 8$ là $C_4^2 = 6$ cách.
- Số cách chọn hai chữ số lẻ từ ba chữ số $3; 5; 7$ là $C_3^2 = 3$ cách.
- Từ bốn chữ số được chọn ta lập số có bốn chữ số khác nhau, số cách lập tương ứng với một hoán vị của 4 phần tử nên có $4!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_4^2.C_3^2.4! = 432$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{432}{840} = \dfrac{18}{35}$. **Chọn D.**

Câu 18. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1; 2; 3; 4; 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\dfrac{1}{10}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Lời giải. Số phần tử của S là $A_5^3 = 60$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{60}^{1} = 60$.

Gọi A là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là $(1; 2; 3)$, $(1; 2; 6)$, $(2; 3; 4)$ và $(2; 4; 6)$. Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6.4 = 24$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$. **Chọn C.**

Câu 19. Cho tập hợp $A = \{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số, các chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số thuộc tập A. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác xuất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 10.

A. $\frac{1}{30}$. **B.** $\frac{3}{25}$. **C.** $\frac{22}{25}$. **D.** $\frac{2}{25}$.

Lời giải. Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

- Số các số thuộc S có 3 chữ số là A_5^3.
- Số các số thuộc S có 4 chữ số là A_5^4.
- Số các số thuộc S có 5 chữ số là A_5^5.

Suy ra số phần tử của tập S là $A_5^3 + A_5^4 + A_5^5 = 300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{300}^1 = 300$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có tổng các chữ số bằng 10". Các tập con của A có tổng số phần tử bằng 10 là $A_1 = \{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$, $A_2 = \{2;\ 3;\ 5\}$, $A_3 = \{1;\ 4;\ 5\}$.

- Từ A_1 lập được các số thuộc S là $4!$.
- Từ A_2 lập được các số thuộc S là $3!$.
- Từ A_3 lập được các số thuộc S là $3!$.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 4! + 3! + 3! = 36$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{36}{300} = \frac{3}{25}$. **Chọn B.**

Câu 20. Một hộp đựng 10 chiếc thẻ được đánh số từ 0 đến 9. Lấy ngẫu nhiên ra 3 chiếc thẻ, tính xác suất để 3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5.

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 chiếc thẻ từ 10 chiếc thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố "3 chữ số trên 3 chiếc thẻ được lấy ra có thể ghép thành một số chia hết cho 5". Để cho biến cố A xảy ra thì trong 3 thẻ lấy được phải có thẻ mang chữ số 0 hoặc chữ số 5. Ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, tức 3 thẻ lấy ra không có thẻ mang chữ số 0 và cũng không có thẻ mang chữ số 5 là C_8^3 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^3 - C_8^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{10}^3 - C_8^3}{C_{10}^3} = \frac{8}{15}$. **Chọn A.**

Câu 21. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ra 8 tấm thẻ, tính xác suất để có 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{560}{4199}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{11}{15}$. **D.** $\frac{3639}{4199}$.

Lời giải. Không gian mẫu là cách chọn 8 tấm thể trong 20 tấm thẻ.

Suy ra số phần tử của không mẫu là $|\Omega| = C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố " 3 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 ". Để tìm số phần tử của A ta làm như sau:

- Đầu tiên chọn 3 tấm thẻ trong 10 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{10}^3 cách.
- Tiếp theo chọn 4 tấm thẻ trong 8 tấm thẻ mang số chẵn (không chia hết cho 10), có C_8^4 cách.
- Sau cùng ta chọn 1 trong 2 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_2^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{10}^3.C_8^4.C_2^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{10}^3.C_8^4.C_2^1}{C_{20}^8} = \frac{560}{4199}$. **Chọn A.**

Câu 22. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp S. Tính xác suất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\frac{8}{89}$. **B.** $\frac{81}{89}$. **C.** $\frac{36}{89}$. **D.** $\frac{53}{89}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $9.10 = 90$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{90}^2 = 4005$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau". Ta mô tả không gian của biến cố X nhưu sau:

- Có 10 cách chọn chữ số hàng đơn vị (chọn từ các chữ số $\{0;\ 1;\ 2;\ 3;...;\ 9\}$).
- Có C_9^2 cách chọn hai chữ số hàng chục (chọn từ các chữ số $\{1;\ 2;\ 3;...;\ 9\}$).

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 10.C_9^2 = 360$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{360}{4005} = \frac{8}{89}$. **Chọn A.**

Câu 23. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 9 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để chọn được một số gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ (hai số hai bên chữ số 0 là số lẻ).

A. $\frac{49}{54}$. **B.** $\frac{5}{54}$. **C.** $\frac{1}{7776}$. **D.** $\frac{45}{54}$.

Lời giải. Số phần tử của tập S là $9.A_9^8$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 1 số từ tập S.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9.A_9^8$.

Gọi X là biến cố "Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ và chữ số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ". Do số 0 luôn đứng giữa 2 số lẻ nên số 0 không đứng ở vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng. Ta có các khả năng

- Chọn 1 trong 7 vị trí để xếp số 0, có C_7^1 cách.
- Chọn 2 trong 5 số lẻ và xếp vào 2 vị trí cạnh số 0 vừa xếp, có A_5^2 cách.
- Chọn 2 số lẻ trong 3 số lẻ còn lại và chọn 4 số chẵn từ $\{2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ sau đó xếp 6 số này vào 6 vị trí trống còn lại có $C_3^2.C_4^4.6!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{C_7^1.A_5^2.C_3^2.C_4^4.6!}{9.A_9^8} = \dfrac{5}{54}$. **Chọn B.**

Câu 24. Giải bóng chuyền **VTV Cup** gồm 9 đội bóng tham dự, trong đó có 6 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau.

A. $\dfrac{3}{56}$. **B.** $\dfrac{19}{28}$. **C.** $\dfrac{9}{28}$. **D.** $\dfrac{53}{56}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 9 đội thành 3 bảng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_9^3.C_6^3.C_3^3$.

Gọi X là biến cố "3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau".

- Bước 1. Xếp 3 đội Việt Nam ở 3 bảng khác nhau nên có $3!$ cách.
- Bước 2. Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A, B, C này có $C_6^2.C_4^2.C_2^2$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = 3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{3!.C_6^2.C_4^2.C_2^2}{C_9^3.C_6^3.C_3^3} = \dfrac{540}{1680} = \dfrac{9}{28}$. **Chọn C.**

Câu 25. Trong giải cầu lông kỷ niệm ngày truyền thống học sinh sinh viên có 8 người tham gia trong đó có hai bạn Việt và Nam. Các vận động viên được chia làm hai bảng A và B, mỗi bảng gồm 4 người. Giả sử việc chia bảng thực hiện bằng cách bốc thăm ngẫu nhiên, tính xác suất để cả 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu.

A. $\dfrac{6}{7}$. **B.** $\dfrac{5}{7}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chia tùy ý 8 người thành 2 bảng.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_8^4.C_4^4$.

Gọi X là biến cố "2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu".

- Bước 1. Xếp 2 bạn Việt và Nam nằm chung 1 bảng đấu nên có C_2^1 cách.
- Bước 2. Xếp 6 bạn còn lại vào 2 bảng A, B cho đủ mỗi bảng là 4 bạn thì có $C_6^2.C_4^4$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_2^1.C_6^2.C_4^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{C_8^4.C_4^4}{C_2^1.C_6^2.C_4^4} = \dfrac{3}{7}$. **Chọn D.**

Câu 26. Một bộ đề thi toán học sinh giỏi lớp 12 mà mỗi đề gồm 5 câu được chọn từ 15 câu dễ, 10 câu trung bình và 5 câu khó. Một đề thi được gọi là "Tốt" nếu trong đề

thi có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2. Lấy ngẫu nhiên một đề thi trong bộ đề trên. Tìm xác suất để đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt".

A. $\frac{941}{1566}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{625}{1566}$.

Lời giải. Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{30}^5 = 142506$.

Gọi A là biến cố "Đề thi lấy ra là một đề thi "Tốt"".

Vì trong một đề thi "Tốt" có cả ba câu dễ, trung bình và khó, đồng thời số câu dễ không ít hơn 2 nên ta có các trường hợp sau đây thuận lợi cho biến cố A.

- Đề thi gồm 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1$ đề.
- Đề thi gồm 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: có $C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1$ đề.
- Đề thi gồm 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: có $C_{15}^2 C_{10}^1 C_5^2$ đề.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1 + C_{15}^3 C_{10}^1 C_5^1 + C_{15}^2 C_{10}^1 C_5^2 = 56875$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{56875}{142506} = \frac{625}{1566}$. **Chọn D.**

Câu 27. Trong một kỳ thi vấn đáp thí sinh A phải đứng trước ban giám khảo chọn ngẫu nhiên 3 phiếu câu hỏi từ một thùng phiếu gồm 50 phiếu câu hỏi, trong đó có 4 cặp phiếu câu hỏi mà mỗi cặp phiếu có nội dung khác nhau từng đôi một và trong mỗi một cặp phiếu có nội dung giống nhau. Tính xác suất để thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi có nội dung khác nhau.

A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{12}{1225}$. **C.** $\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{1213}{1225}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn tùy ý 3 phiếu câu hỏi từ 50 phiếu câu hỏi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega_A| = C_{50}^3$.

Gọi X là biến cố "Thí sinh A chọn được 3 phiếu câu hỏi khác nhau".

Để tìm số phần tử của X ta tìm số phần tử của biến cố $\overline{X}$, lúc này cần chọn được 1 cặp trong 4 cặp phiếu có câu hỏi giống nhau và chọn 1 phiếu trong 48 phiếu còn lại.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{X}$ là $|\Omega_{\overline{X}}| = C_4^1.C_{48}^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \frac{|\Omega| - |\Omega_{\overline{X}}|}{|\Omega|} = \frac{C_{50}^3 - C_4^1.C_{48}^1}{C_{50}^3} = \frac{1213}{1225}$. **Chọn D.**

Câu 28. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với 4 phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng $0,2$ điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi $0,1$ điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác xuất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kỳ thi trên.

A. $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **B.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **C.** $\frac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$. **D.** $\frac{A_{50}^{30}.(3)^{20}}{50}$.

Lời giải. Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

Ta có số điểm của Hoa là $0,2.x - 0,1.(50 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 30$.

Do đó bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Không gian mẫu là số phương án trả lời 50 câu hỏi mà bạn Hoa chọn ngẫu nhiên. Mỗi câu có 4 phương án trả lời nên có 4^{50} khả năng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 4^{50}$.

Gọi X là biến cố "Bạn Hoa trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu". Vì mỗi câu đúng có 1 phương án trả lời, mỗi câu sai có 3 phương án trả lời. Vì vậy có $C_{50}^{30}.(3)^{20}$ khả năng thuận lợi cho biến cố X.

Suy ra số phần tử của biến cố X là $|\Omega_X| = C_{50}^{30}.(3)^{20}$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \dfrac{|\Omega_X|}{|\Omega|} = \dfrac{C_{50}^{30}.(3)^{20}}{4^{50}}$. **Chọn A.**

Câu 29. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên vào 9 ghế thành một dãy. Tính xác suất để xếp được 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11.

A. $\dfrac{5}{12}$. **B.** $\dfrac{7}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{1728}$. **D.** $\dfrac{5}{72}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 9 học sinh vào một ghế dài.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9!$.

Gọi A là biến cố "Xếp 3 học sinh lớp 12 xen kẽ giữa 6 học sinh lớp 11". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 6 học sinh lớp 11 thành một dãy, có $6!$ cách.
- Sau đó xem 6 học sinh này như 6 vách ngăn nên có 7 vị trí để xếp 3 học sinh lớp 12 (gồm 5 vị trí giữa 6 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_7^3 cách xếp 3 học sinh lớp 12.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 6!.A_7^3$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{6!.A_7^3}{9!} = \dfrac{5}{12}$. **Chọn A.**

Câu 30. Đội tuyển học sinh giỏi của một trường THPT có 8 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Trong buổi lễ trao phần thưởng, các học sinh trên được xếp thành một hàng ngang. Tính xác suất để khi xếp sao cho 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{653}{660}$. **B.** $\dfrac{7}{660}$. **C.** $\dfrac{41}{55}$. **D.** $\dfrac{14}{55}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp tất cả 12 học sinh thành một hàng ngang. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 12!$.

Gọi A là biến cố "Xếp các học sinh trên thành một hàng ngang mà 2 học sinh nữ không đứng cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên xếp 8 học sinh nam thành một hàng ngang, có $8!$ cách.
- Sau đó xem 8 học sinh này như 8 vách ngăn nên có 9 vị trí để xếp 4 học sinh nữ thỏa yêu cầu bài toán (gồm 7 vị trí giữa 8 học sinh và 2 vị trí hai đầu). Do đó có A_9^4 cách xếp 4 học sinh nữ.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 8!.A_9^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{8!A_9^4}{12!} = \dfrac{14}{55}$. **Chọn D.**

Câu 31. Có 3 bì thư giống nhau lần lượt được đánh số thứ tự từ 1 đến 3 và 3 con tem giống nhau lần lượt đánh số thứ tự từ 1 đến 3. Dán 3 con tem đó vào 3 bì thư

sao cho không có bì thư nào không có tem. Tính xác suất để lấy ra được 2 bì thư trong 3 bì thư trên sao cho mỗi bì thư đều có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách dán 3 con tem trên 3 bì thư, tức là hoán vị của 3 con tem trên 3 bì thư. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố " 2 bì thư lấy ra có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó". Thế thì bì thư còn lại cũng có số thứ tự giống với số thứ tự con tem đã dán vào nó. Trường hợp này có 1 cách duy nhất.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{6}$. **Chọn B.**

Câu 32. Trong thư viện có 12 quyển sách gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Lý giống nhau, 3 quyển Hóa giống nhau và 3 quyển Sinh giống nhau. Có bao nhiêu cách xếp thành một dãy sao cho 3 quyển sách thuộc cùng 1 môn không được xếp liền nhau?

A. 16800. **B.** 1680. **C.** 140. **D.** 4200.

Lời giải. Xếp 3 cuốn sách Toán kề nhau. Xem 3 cuốn sách Toán là 3 vách ngăn, giữa 3 cuốn sách Toán có 2 vị trí trống và thêm hai vị trí hai đầu, tổng cộng có 4 vị trí trống.
Bước 1. Chọn 3 vị trí trống trong 4 vị trí để xếp 3 cuốn Lý, có C_4^3 cách.

Bước 2. Giữa 6 cuốn Lý và Toán có 5 vị trí trống và thêm 2 vị trí hai đầu, tổng cộng có 7 vị trí trống. Chọn 3 vị trí trong 7 vị trí trống để xếp 3 cuốn Hóa, có C_7^3 cách.

Bước 3. Giữa 9 cuốn sách Toán, Lý và Hóa đã xếp có 8 vị trí trống và thêm 2 vị trí hai đầu, tổng cộng có 10 vị trí trống. Chọn 3 vị trí trong 10 vị trí trống để xếp 3 cuốn Sinh, có C_{10}^3 cách. Vậy theo quy tắc nhân có $C_4^3.C_7^3.C_{10}^3 = 16800$ cách. **Chọn A.**

Câu 33. Xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ vào một bàn tròn 10 ghế. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{5}{1008}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải. Cố định 1 vị trí cho một học sinh nam (hoặc nữ), đánh dấu các ghế còn lại từ 1 đến 9.
Không gian mẫu là hoán vị 9 học sinh (còn lại không cố định) trên 9 ghế đánh dấu.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9!$.

Gọi A là biến cố "không có hai học sinh nữ ngồi cạnh nhau". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Đầu tiên ta cố định 1 học sinh nam, 5 học sinh nam còn lại có $5!$ cách xếp.
- Ta xem 6 học sinh nam như 6 vách ngăn trên vòng tròn, thế thì sẽ tạo ra 6 ô trống để ta xếp 4 học sinh nữ vào (mỗi ô trống chỉ được xếp 1 học sinh nữ). Do đó có A_6^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 5!.A_6^4$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{5!.A_6^4}{9!}=\frac{5}{42}$. **Chọn B.**

Câu 34. Có 4 hành khách bước lên một đoàn tàu gồm 4 toa. Mỗi hành khách độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{16}$. **C.** $\frac{13}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp 4 hành khách lên 4 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=4^4$.

Gọi A là biến cố "1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

- **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 hành khách trong 4 hành khách, chọn 1 toa trong 4 toa và xếp lên toa đó 3 hành khách vừa chọn. Suy ra có $C_4^3.C_4^1$ cách.

- **Giai đoạn thứ hai.** Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại và xếp lên toa đó 1 một hành khách còn lại. Suy ra có C_3^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_4^3.C_4^1.C_3^1$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_4^3.C_4^1.C_3^1}{4^4}=\frac{48}{4^4}=\frac{3}{16}$. **Chọn B.**

Câu 35. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A. $\frac{10}{13}$. **B.** $\frac{3}{13}$. **C.** $\frac{4769}{6561}$. **D.** $\frac{1792}{6561}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách sắp xếp 8 người khách vào 3 quầy. Vì mỗi người khách có 3 cách chọn quầy nên có 3^8 khả năng xảy ra.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=3^8$.

Gọi A là biến cố "Có 3 người cùng đến quầy thứ nhất, 5 người còn lại đến quầy thứ hai hoặc ba". Để tìm số phần tử của A, ta chia làm hai giai đoạn như sau:

- **Giai đoạn thứ nhất.** Chọn 3 người khách trong 8 người khách và cho đến quầy thứ nhất, có C_8^3 cách.

- **Giai đoạn thứ hai.** Còn lại 5 người khách xếp vào 2 quầy. Mỗi người khách có 2 cách chọn quầy. Suy ra có 2^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_8^3.2^5$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{C_8^3.2^5}{3^8}=\frac{1792}{6561}$. **Chọn D.**

Câu 36. Trong một buổi liên hoan có 10 cặp nam nữ, trong đó có 4 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên 3 người để biểu diễn một tiết mục văn nghệ. Tính xác suất để 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào.

A. $\frac{94}{95}$. **B.** $\frac{1}{95}$. **C.** $\frac{6}{95}$. **D.** $\frac{89}{95}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 người trong 20 người.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega|=C_{20}^3=1140$.

Gọi A là biến cố " 3 người được chọn không có cặp vợ chồng nào". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 người được chọn luôn có 1 cặp vợ chồng.

- Chọn 1 cặp vợ chồng trong 4 cặp vợ chồng, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 người trong 18 người, có C_{18}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^1.C_{18}^1 = 72$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 1140 - 72 = 1068$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{1068}{1140} = \dfrac{89}{95}$. **Chọn D.**

Câu 37. Một lớp học có 40 học sinh trong đó có 4 cặp anh em sinh đôi. Trong buổi họp đầu năm thầy giáo chủ nhiệm lớp muốn chọn ra 3 học sinh để làm cán sự lớp gồm lớp trưởng, lớp phó và bí thư. Tính xác suất để chọn ra 3 học sinh làm cán sự lớp mà không có cặp anh em sinh đôi nào.

A. $\dfrac{64}{65}$. **B.** $\dfrac{1}{65}$. **C.** $\dfrac{1}{256}$. **D.** $\dfrac{255}{256}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh trong 40 học sinh.
Suy ra số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{40}^3 = 9880$.

Gọi A là biến cố " 3 học sinh được chọn không có cặp anh em sinh đôi nào". Để tìm số phần tử của A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 3 học sinh được chọn luôn có 1 cặp anh em sinh đôi.

- Chọn 1 cặp em sinh đôi trong 4 cặp em sinh đôi, có C_4^1 cách.
- Chọn thêm 1 học sinh trong 38 học sinh, có C_{38}^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_4^1.C_{38}^1 = 152$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 9880 - 152 = 9728$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{9728}{9880} = \dfrac{64}{65}$. **Chọn A.**

Câu 38. Một người có 10 đôi giày khác nhau và trong lúc đi du lịch vội vã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc. Tính xác suất để trong 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi.

A. $\dfrac{3}{7}$. **B.** $\dfrac{13}{64}$. **C.** $\dfrac{99}{323}$. **D.** $\dfrac{224}{323}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 4 chiếc giày từ 20 chiếc giày.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{20}^4 = 4845$.

Gọi A là biến cố " 4 chiếc giày lấy ra có ít nhất một đôi". Để tìm số phần tử của biến cố A, ta đi tìm số phần tử của biến cố $\overline{A}$, với biến cố $\overline{A}$ là 4 chiếc giày được chọn không có đôi nào.

- Số cách chọn 4 đôi giày từ 10 đôi giày là C_{10}^4.
- Mỗi đôi chọn ra 1 chiếc, thế thì mỗi chiếc có C_2^1 cách chọn. Suy ra 4 chiếc có $\left(C_2^1\right)^4$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là $|\Omega_{\overline{A}}| = C_{10}^4.\left(C_2^1\right)^4 = 3360$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 4845 - 3360 = 1485$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{1485}{4845}=\frac{99}{323}$. **Chọn C.**

Câu 39. Một trường THPT có 10 lớp 12, mỗi lớp cử 3 học sinh tham gia vẽ tranh cổ động. Các lớp tiến hành bắt tay giao lưu với nhau (các học sinh cùng lớp không bắt tay với nhau). Tính số lần bắt tay của các học sinh với nhau, biết rằng hai học sinh khác nhau ở hai lớp khác nhau chỉ bắt tay đúng 1 lần.

A. 405. **B.** 435. **C.** 30. **D.** 45.

Lời giải. Mỗi lớp cử ra 3 học sinh nên 10 lớp cử ra 30 học sinh.

Suy ra số lần bắt tay là C_{30}^2 (bao gồm các học sinh cùng lớp bắt tay với nhau).

Số lần bắt tay của các học sinh học cùng một lớp là $10.C_3^2$.

Vậy số lần bắt tay của các học sinh với nhau là $C_{30}^2-10.C_3^2=405$. **Chọn A.**

Câu 40. Có 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là $2cm,\ 4cm,\ 6cm,\ 8cm$ và $10cm$. Lấy ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng trên, tính xác suất để 3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{9}{10}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách lấy 3 đoạn thẳng từ 5 đoạn thẳng.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_5^3=10$.

Gọi A là biến cố "3 đoạn thẳng lấy ra lập thành một tam giác". Để ba đoạn thẳng tạo thành một tam giác chỉ có các trường hợp: $(4cm,\ 6cm,\ 8cm)$ hoặc $(6cm,\ 8cm,\ 10cm)$ hoặc $(4cm,\ 8cm,\ 10cm)$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=3$.

Vậy xác suất cần tìm $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{3}{10}$. **Chọn A.**

Câu 41. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ở góc phần tư thứ nhất ta lấy 2 điểm phân biệt; cứ thế ở các góc phần tư thứ hai, thứ ba, thứ tư ta lần lượt lấy $3,\ 4,\ 5$ điểm phân biệt (các điểm không nằm trên các trục tọa độ). Trong 14 điểm đó ta lấy 2 điểm bất kỳ. Tính xác suất để đoạn thẳng nối hai điểm đó cắt hai trục tọa độ.

A. $\frac{68}{91}$. **B.** $\frac{23}{91}$. **C.** $\frac{8}{91}$. **D.** $\frac{83}{91}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 14 điểm đã cho.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{14}^2=91$.

Gọi A là biến cố "Đoạn thẳng nối 2 điểm được chọn cắt hai trục tọa độ". Để xảy ra biến cố A thì hai đầu đoạn thẳng đó phải ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba hoặc phần tư thứ hai và thứ tư.

- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ nhất và thứ ba, có $C_2^1C_4^1$ cách.
- Hai đầu đoạn thẳng ở góc phần tư thứ hai và thứ tư, có $C_3^1C_5^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_2^1C_4^1+C_3^1C_5^1=23$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{23}{91}$. **Chọn B.**

Câu 42. Một lớp học có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của Đoàn trường. Xác suất chọn được 2 nam và 1 nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 16. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 17.

Lời giải. Gọi số học sinh nữ của lớp là n $\left(n\in\mathbb{N}^*, n\le 28\right)$.

Suy ra số học sinh nam là $30-n$.

Không gian mẫu là chọn bất kì 3 học sinh từ 30 học sinh.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{30}^3$.

Gọi A là biến cố "Chọn được 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ".

- Chọn 2 nam trong $30-n$ nam, có C_{30-n}^2 cách.
- Chọn 1 nữ trong n nữ, có C_n^1 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $\left|\Omega_A\right|=C_{30-n}^2.C_n^1$.

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{\left|\Omega_A\right|}{|\Omega|}=\frac{C_{30-n}^2.C_n^1}{C_{30}^3}$.

Theo giả thiết, ta có $P(A)=\frac{12}{29}\Leftrightarrow\frac{C_{30-n}^2.C_n^1}{C_{30}^3}=\frac{12}{29}\longrightarrow n=14$.

Vậy số học sinh nữ của lớp là 14 học sinh. **Chọn B.**

Câu 43. Một chi đoàn có 3 đoàn viên nữ và một số đoàn viên nam. Cần lập một đội thanh niên tình nguyện (TNTN) gồm 4 người. Biết xác suất để trong 4 người được chọn có 3 nữ bằng $\frac{2}{5}$ lần xác suất 4 người được chọn toàn nam. Hỏi chi đoàn đó có bao nhiêu đoàn viên.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải. Gọi số đoàn viên trong chi đoàn đó là n $\left(n\ge 7, n\in\mathbb{N}^*\right)$.

Suy ra số đoàn viên nam trong chi đoàn là $n-3$.

Xác suất để lập đội TNTN trong đó có 3 nữ là $\frac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}$.

Xác suất để lập đội TNTN có toàn nam là $\frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}$.

Theo giả thiết, ta có $\frac{C_3^3.C_{n-3}^1}{C_n^4}=\frac{2}{5}.\frac{C_{n-3}^4}{C_n^4}\Leftrightarrow C_{n-3}^1=\frac{2}{5}.C_{n-3}^4\longrightarrow n=9$.

Vậy cho đoàn có 9 đoàn viên. **Chọn A.**

Câu 44. Một hộp có 10 phiếu, trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt lấy ngẫu nhiên mỗi người 1 phiếu. Tính xác suất người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải. Không gian mẫu là mỗi người lấy ngẫu nhiên 1 phiếu.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=10!$.

Gọi A là biến cố "Người thứ ba lấy được phiếu trúng thưởng". Ta mô tả khả năng thuận lợi của biến cố A như sau:

- Người thứ ba có $C_2^1 = 2$ khả năng lấy được phiếu trúng thưởng.
- 9 người còn lại có số cách lấy phiếu là $9!$.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 2.9!$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{2.9!}{10!} = \dfrac{1}{5}$. **Chọn C.**

Câu 45. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác xuất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí.

A. $\dfrac{253}{1152}$. **B.** $\dfrac{899}{1152}$. **C.** $\dfrac{4}{7}$. **D.** $\dfrac{26}{35}$.

Lời giải. Không gian mẫu là số cách ngẫu nhiên chỗ ngồi trong 4 lần thi của Nam.
Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 24^4$.

Gọi A là biến cố "4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào một vị trí". Ta mô tả không gian của biến cố A như sau:

- Trong 4 lần có 2 lần trùng vị trí, có C_4^2 cách.
- Giả sử lần thứ nhất có 24 cách chọn chỗ ngồi, lần thứ hai trùng với lần thứ nhất có 1 cách chọn chỗ ngồi. Hai lần còn lại thứ ba và thứ tư không trùng với các lần trước và cũng không trùng nhau nên có 23.22 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_4^2.24.23.22$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_4^2.24.23.22}{24^4} = \dfrac{C_4^2.23.22}{24^3} = \dfrac{253}{1152}$. **Chọn A.**